Centre universitaire Maghnia - Faculté de technologie
2ème année Licence Télécom
Module : Electronique Fondamentale 1
Dr.Guenineche L

CHAPITRE 2

Quadripôles et filtres électriques

Les filtres

Définition

Un filtre est un circuit qui laisse passer une bande de fréquences et élimine les fréquences indésirables .

On distingue deux types de filtres :

Les filtres passifs :

sont constitués par des éléments RLC .

Les filtres actifs :

sont constitués par des éléments RLC plus des étages amplificateurs .

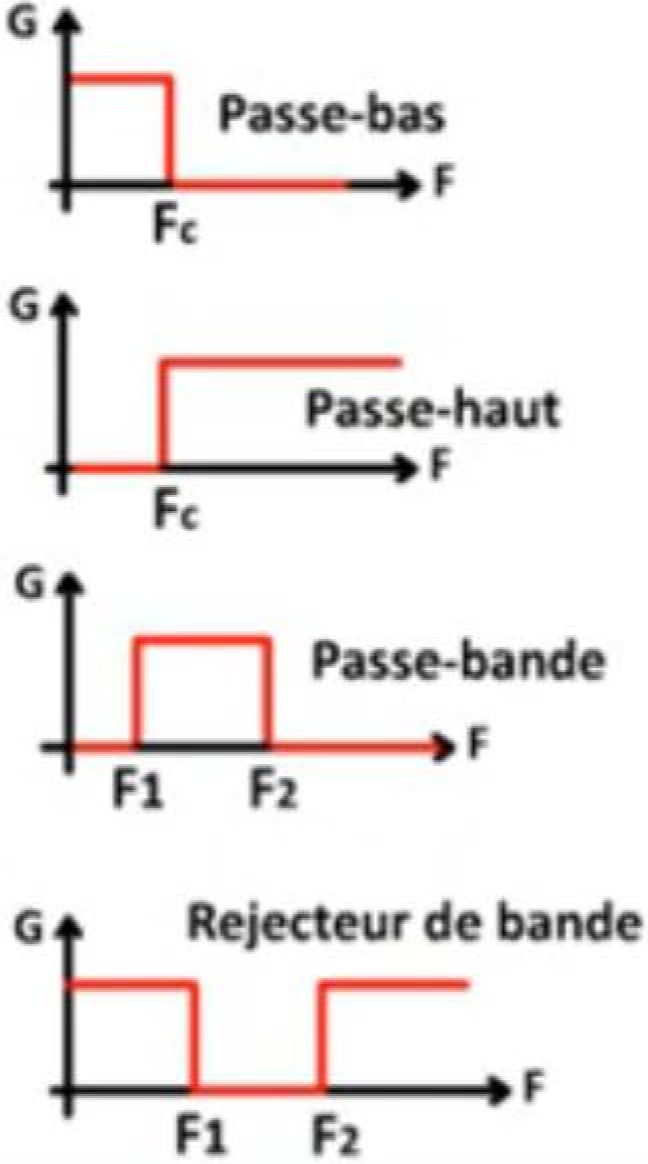
Classification des filtres

> **Passe-bas** : laisse passer les basses fréquences.

> **Passe-haut** : laisse passer les hautes fréquences.

> **Passe-bande** : laisse passer une gamme de fréquences.

> **Rejecteur de bande** : Il bloque une gamme de fréquences.



Filtres : introduction

Caractéristiques d'un filtre .

Un filtre est caracterisé par :

> **Sa fréquence de coupure** F_c a -3dB :

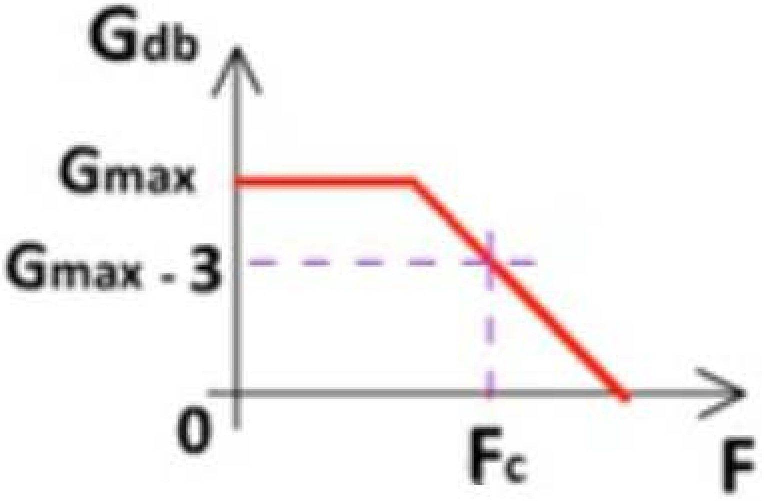
C'est la fréquence qui limite la bande passante .

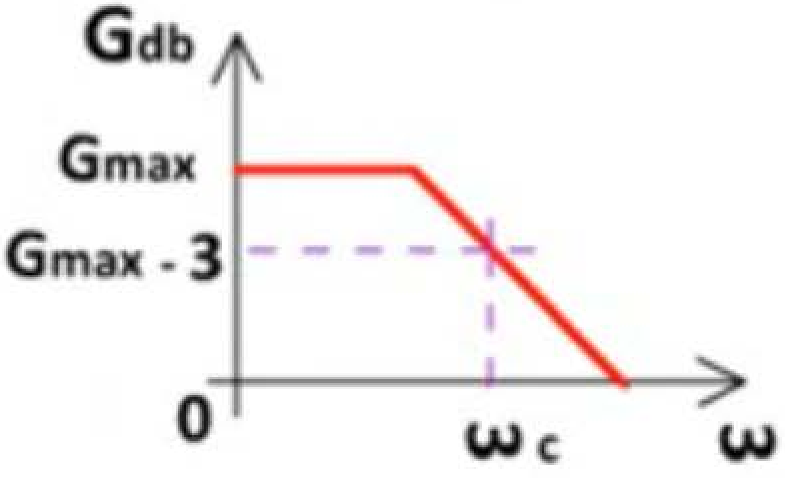
Elle est définie par $G(\omega_c)$ = Gmax - 3dB ;

avec : $\|\underline{T}\| = T_{max} / \sqrt{2}$

. $G_{max} = 20.\text{Log}\,\|T_{max}\|$; Gmax est le gain maximal et Tmax est le transfert maximal.

. $\omega_c = 2\pi F_c$; ω_c est la pulsation de coupure et Fc est la fréquence de coupure.





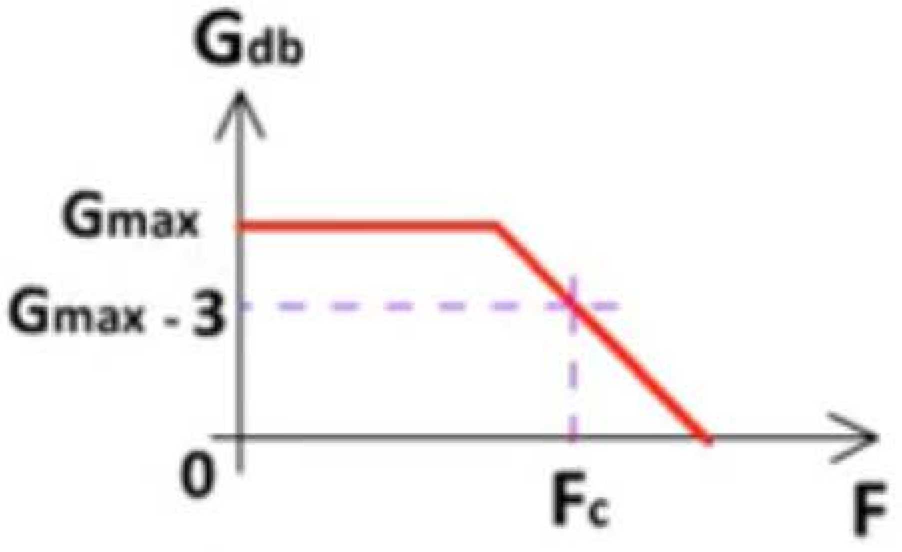
Caractéristiques d'un filtre .

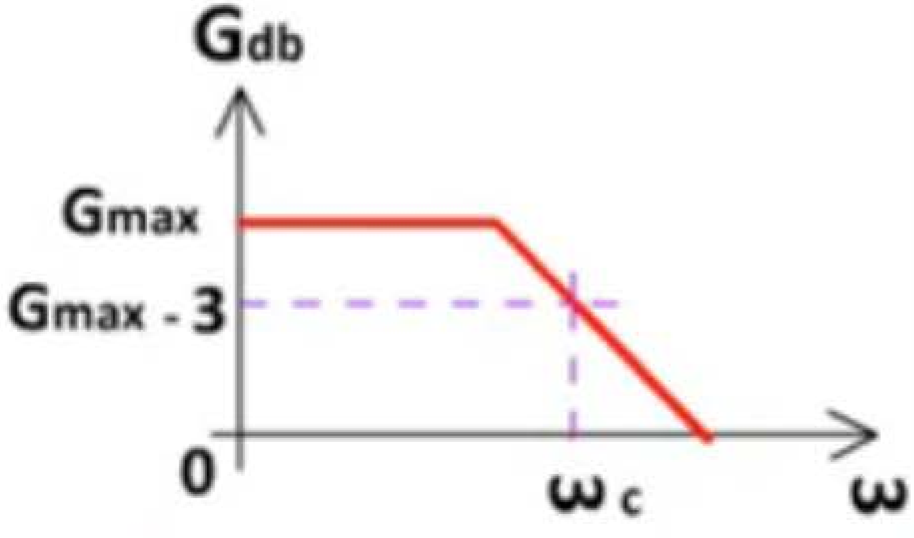
Un filtre est caracterisé par :

> Sa bande passante

Bp a -3dB :

C'est le domaine de fréquences dans lequel le gain G subit une atténuation maximale de 3dB.





Filtres : introduction

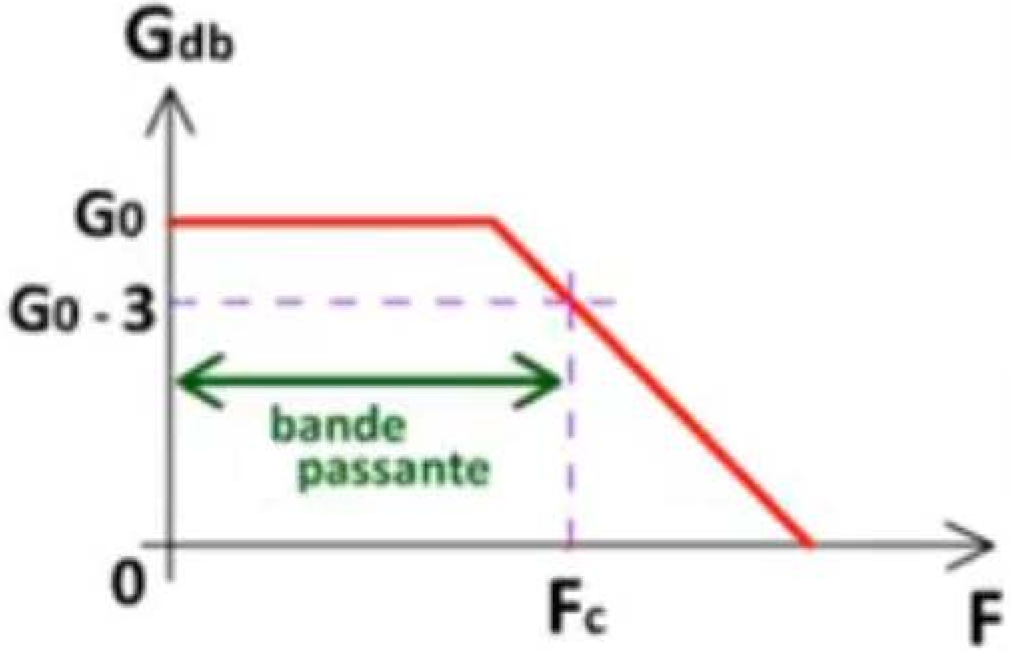
Caractéristiques d'un filtre .

Un filtre est caracterisé par :

> Sa bande passante

Bp a -3dB :

C'est le domaine de fréquences dans lequel le gain G subit une atténuation maximale de 3dB.

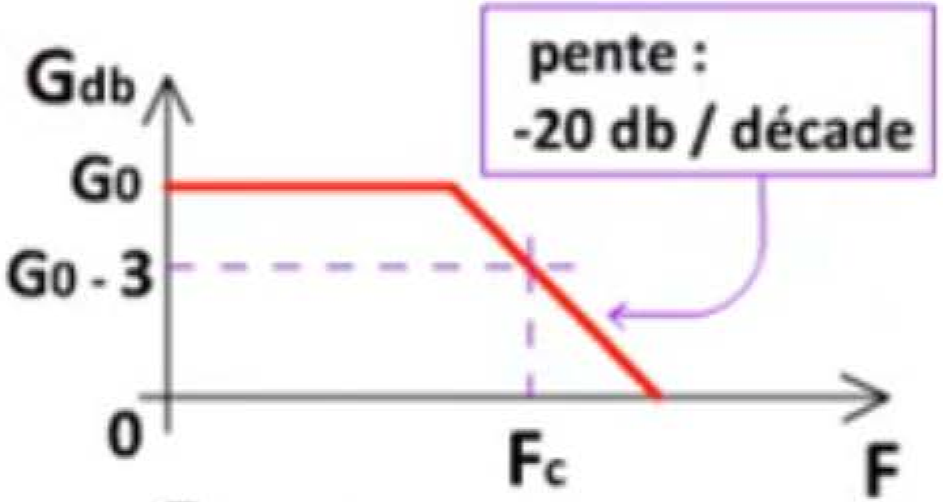


Filtres : introduction

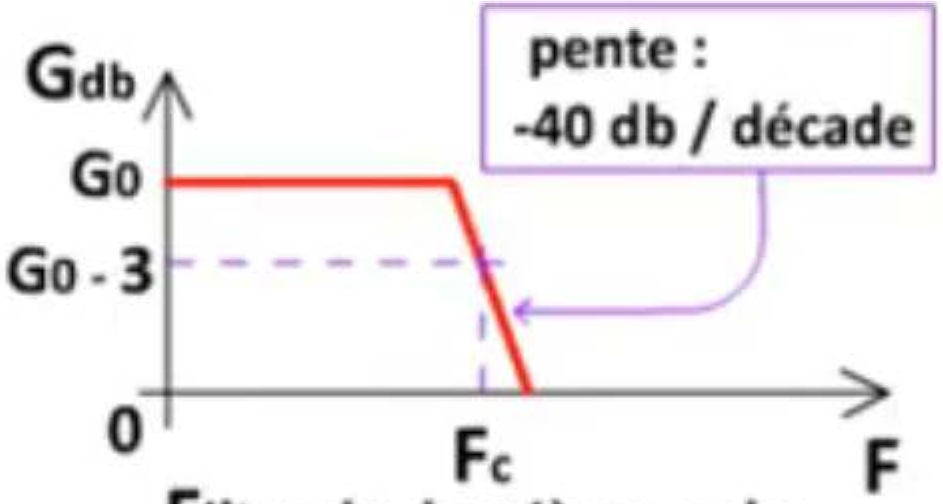
Caractéristiques d'un filtre .

Un filtre est caracterisé par :

> **Son atténuation** : C'est la pente du diagramme asymptotique de Bode du gain G dans le domaine des fréquences éliminées. Sa valeur dépend de la structure du filtre .



Filtre du premier ordre



Filtre du deuxième ordre

Démarche d'étude :

1- Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{T}$.

2- Déterminer l'expression du module de $\underline{T}$.

3- Déterminer l'expression du Gain en db .

4- Déterminer l'expression de l'argument de $\underline{T}$.

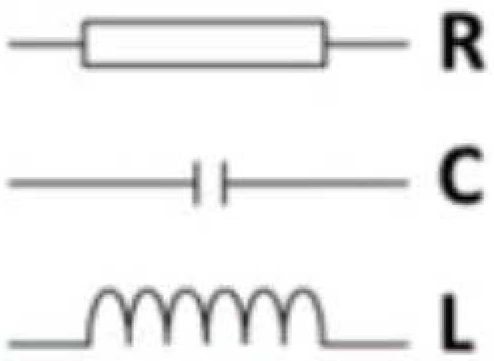
5- Tracer le diagramme de Bode G_{db} et φ en fontion de F

Impédances des composants RLC :

Résistance : $\underline{Z}_R = R$.

Capacite : $\underline{Z}_C = 1 / j C \omega$.

Inductance : $\underline{Z}_L = j L \omega$.



Filtres : introduction

Outils mathématiques :

Les nombres complexes

$\underline{Z} = a + j\,b$ $\quad J^2 = -1$ $\quad \underline{Z} = \text{Cos}\,\varphi + j\,\text{Sin}\,\varphi$

a : présente la partie réelle de $\underline{Z}$

b : présente la partie imaginaire de $\underline{Z}$

$\underline{Z}^* = a - j\,b$ s'appelle le conjugué de $\underline{Z}$.

Module de Z

* $\|\underline{Z}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

* $\underline{T} = \dfrac{\underline{N}}{\underline{D}}$

$$\|\underline{T}\| = \left\|\frac{\underline{N}}{\underline{D}}\right\| = \frac{\|\underline{N}\|}{\|\underline{D}\|}$$

Outils mathématiques :

$\underline{Z} = a + j\,b \qquad \underline{Z} = \cos\varphi + j\,\sin\varphi$

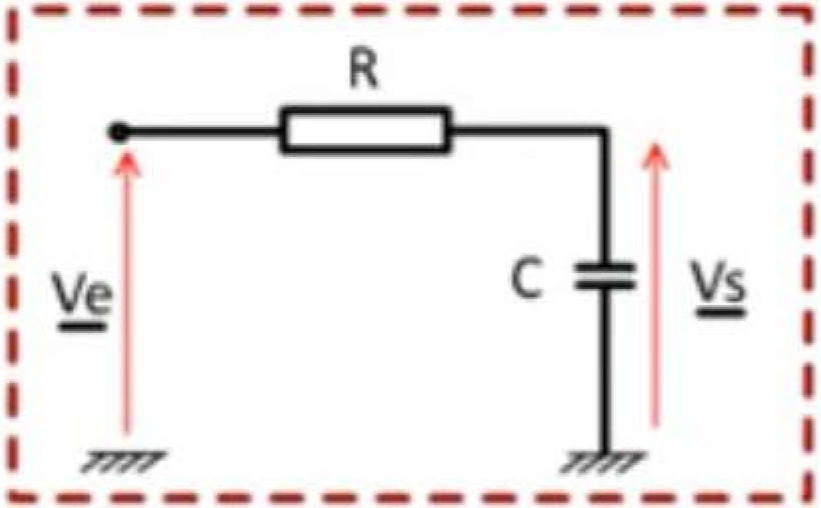
Argument de Z

* $\varphi = \mathrm{Arctag}\,(b / a)$

* $\underline{T} = \dfrac{\underline{N}}{\underline{D}}$

$\mathrm{Arg}\,\underline{T} = \mathrm{Arg}\,\underline{N} + \mathrm{Arg}\,\dfrac{1}{\underline{D}}$

$\varphi = \mathrm{Arctag}\,(\underline{N}) - \mathrm{Arctag}\,(\underline{D})$



$\underline{Z}_R = R \qquad \underline{Z}_C = 1/j.C.W$

1_Fonction de transfert :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_e}}$$

$$\underline{V_S} = \underline{V_e}\,\frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C}$$

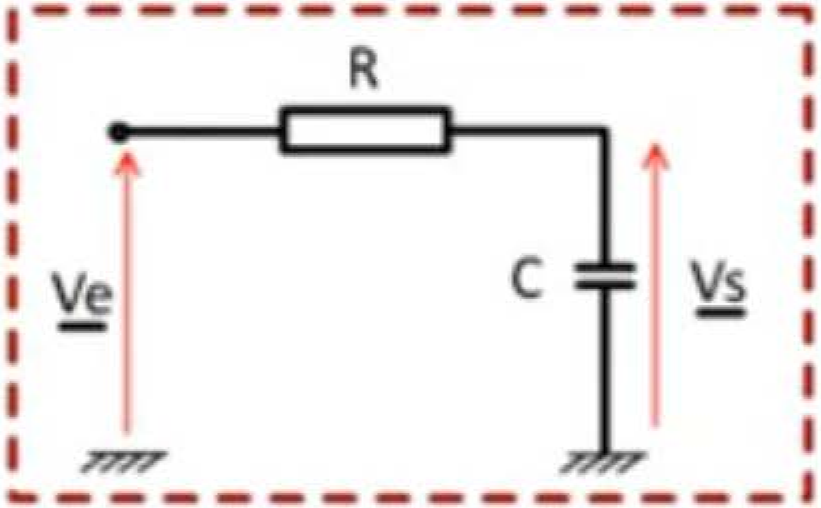
$$\underline{T}_1 = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{1/jCW}{R + 1/jCW}$$

$$\underline{T}_1 = \frac{1/jCW}{(1 + jRCW)/jCW} = \frac{1}{(1 + jRCW)}$$

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{(1 + jW/W_0)} \quad ; \quad W_0 = 1/RC$$

$$\boxed{\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}}$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

$W_0 = 1/RC$: Pulsation de coupure .

$W = 2.\pi.F \implies F = W / 2.\pi$

$\implies F_0 = W_0 / 2\pi$

1_Fonction de transfert :

$$\underline{T} = \frac{\underline{Vs}}{\underline{Ve}}$$

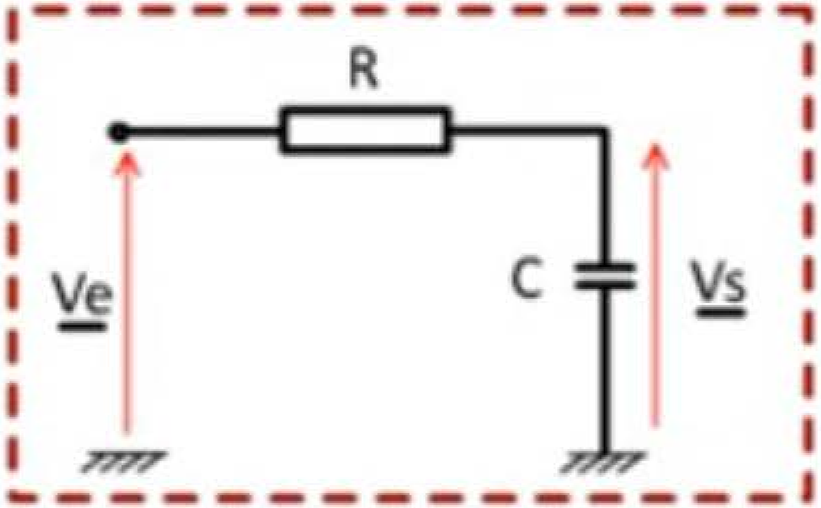
$$\underline{T}_1 = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{1/jCW}{R + 1/jCW}$$

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

$$\boxed{\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{F}{F_0}\right]}}$$

F_0 : Fréquence de coupure .

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



Remarques : $\underline{T} = \dfrac{\underline{V}s}{\underline{V}e}$

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

$$\Rightarrow \underline{V}s = \underline{V}e \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

* Si $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{V}s \rightarrow \underline{V}e = \underline{V}s$ max
* Si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{V}s \rightarrow 0\,V = \underline{V}s$ min

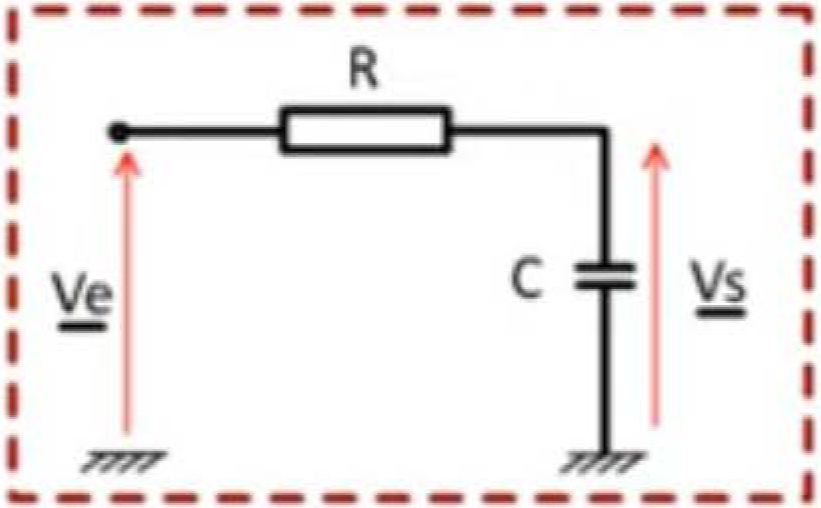
  - La tension de sortie est fortement atténuée pour les hautes fréquences et fortement favorisée pour les basses fréquences . Donc , c'est un passe bas .

---

* Si $\omega >> \omega_0 = 1/RC$

  - Le circuit se comporte comme un intégrateur .

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\qquad$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

2_Module de $\underline{T}$: $\|\underline{T}\|$

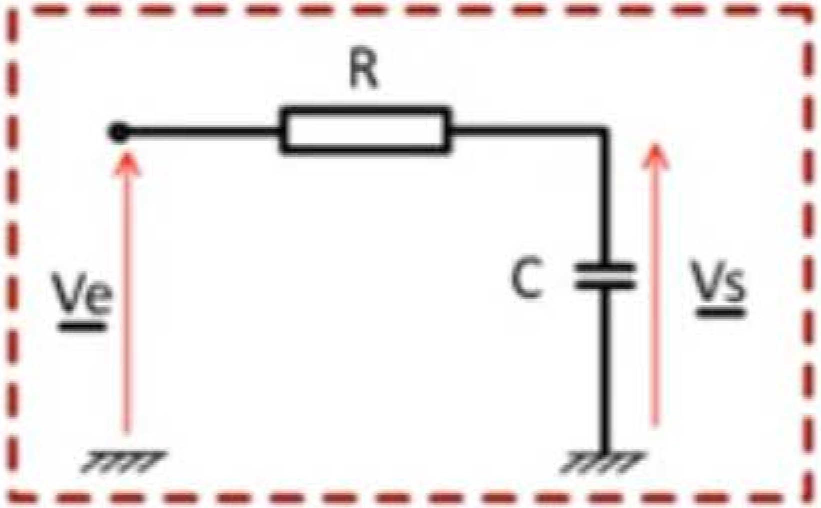
$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left(1 + j\frac{W}{W_0}\right)} = \frac{1 + j\,0}{\left(1 + j\frac{W}{W_0}\right)}$$

$$\|\underline{T}_1\| = \left\| \frac{1 + j\,0}{\left(1 + j\frac{W}{W_0}\right)} \right\| = \frac{\|1 + j\,0\|}{\left\|\left(1 + j\frac{W}{W_0}\right)\right\|}$$

$$\|\underline{T}_1\| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (0)^2}}{\sqrt{(1)^2 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

$$\boxed{\|\underline{T}_1\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}}$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

3_Gain (db) :

$$G_1\ (db) = 20 \log \|\underline{T}_1\|$$

$$\|\underline{T}_1\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

$$\boxed{G_1\ (db) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}}$$

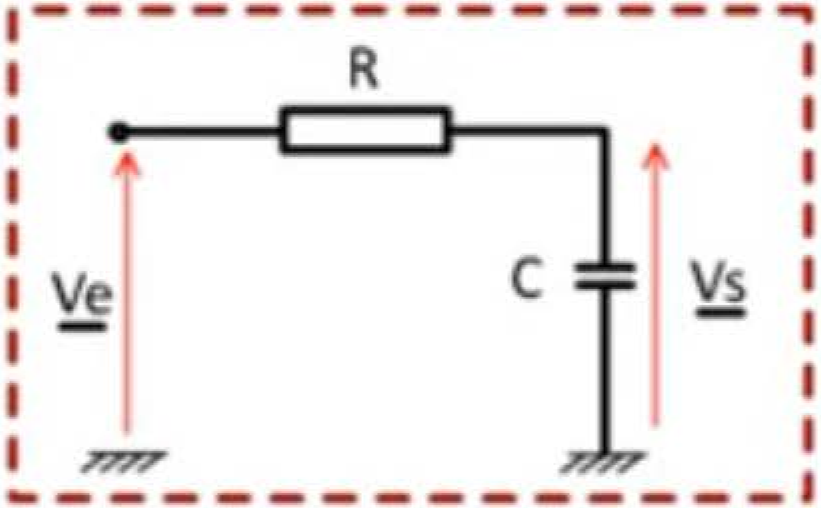
$$G_1\ (db) = 20 \log (1) - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}$$

$$G_1\ (db) = - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}$$

$$G_1\ (db) = - 10 \log \left[1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2 \right]$$

log : logarithme décimal

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

3_Argument de $\underline{T}$: φ_1

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\dfrac{W}{W_0}\right]}$$

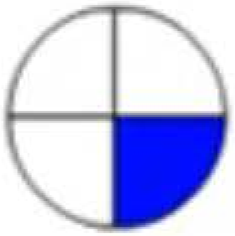
$$\underline{T}_1 = \frac{1 + j\,0}{\left[1 + j\dfrac{W}{W_0}\right]}$$

$$\varphi_1 = \frac{\text{Arctag}\,(0/1)}{\text{Arctag}\,[(W/W_0)/1]}$$

$$\varphi_1 = \frac{\text{Arctag}\,(0)}{\text{Arctag}\,(W/W_0)}$$

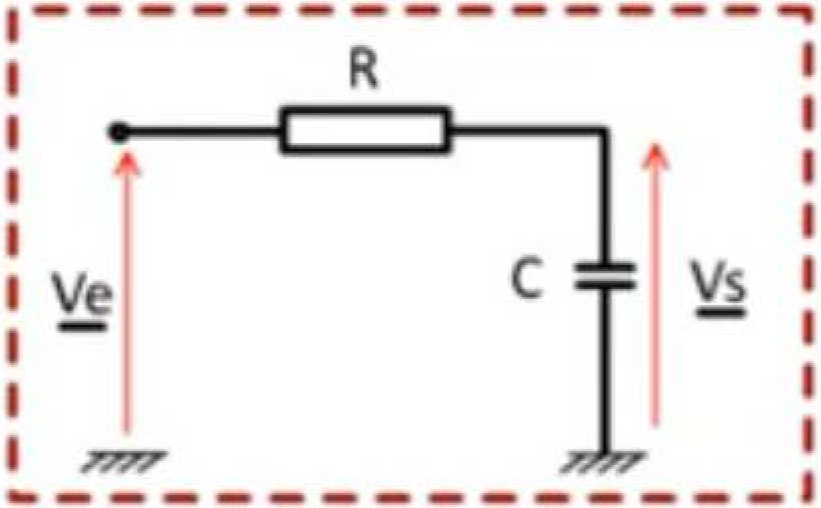
$$\varphi_1 = 0 - \text{Arctag}\,(W/W_0)$$

$$\boxed{\varphi_1 = -\,\text{Arctag}\,(W/W_0)}$$



φ : degré

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\quad\quad$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

1_Fonction de transfert :

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

2_Module de $\underline{T}$: $\|\underline{T}\|$

$$\|\underline{T}_1\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

3_Gain (db) :

$$G_1\,(db) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

4_Argument de $\underline{T}$:

$$\varphi_1 = - \mathrm{Arctag}\,(W / W_0)$$

φ : degré

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre

5_Tableau des variations : $\underline{T}_1$

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\lVert \underline{T} \rVert$					
G (db) = 20log $\lVert \underline{T} \rVert$					
φ					

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

$$\lVert \underline{T}_1 \rVert = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

$$G_1 \text{ (db)} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

$$\varphi_1 = - \text{Arctag} (W / W_0)$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre

5_Tableau des variations : $\underline{T}_1$

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\lVert \underline{T} \rVert$	1	–	$1/\sqrt{2}$	1/10	0
$G\ (db) = 20\log \lVert \underline{T} \rVert$	0	–	- 3	- 20	$-\infty$
φ	0	–	$-\pi/4$	–	$-\pi/2$

$$\underline{T}_1 = \frac{1}{\left[1 + j\frac{W}{W_0}\right]}$$

$$\lVert \underline{T}_1 \rVert = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

$$G_1\ (db) = 20\log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

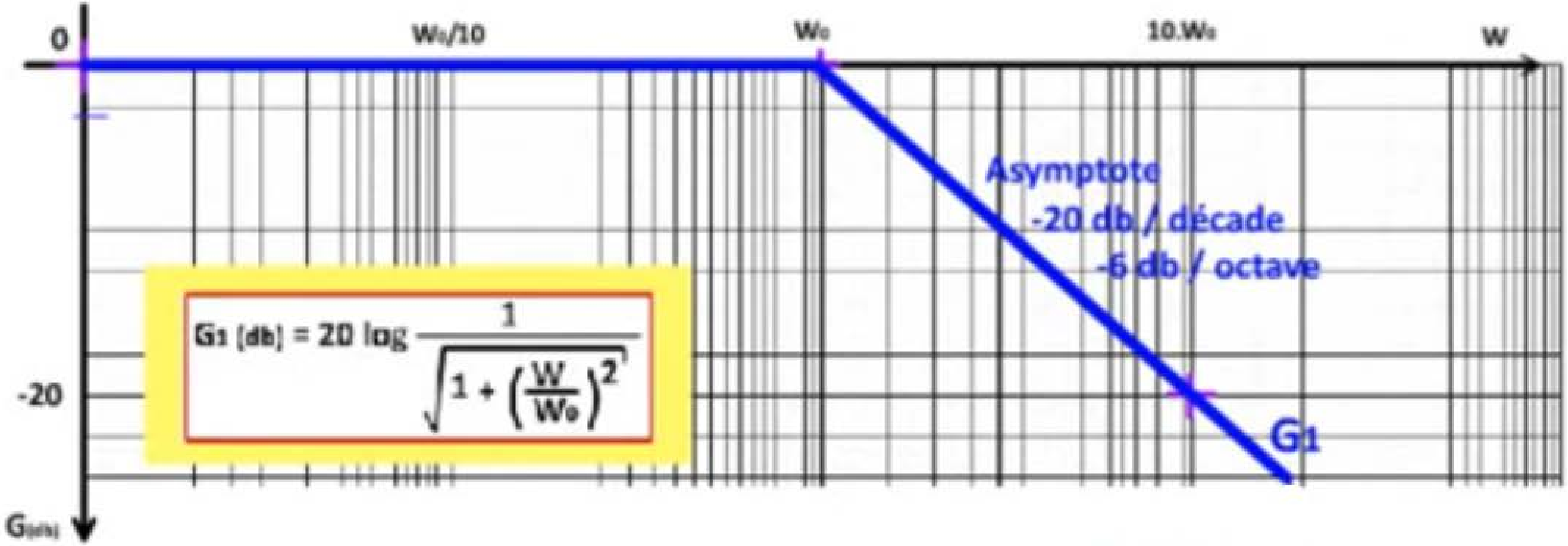
$$\varphi_1 = -\operatorname{Arctag}\left(W / W_0 \right)$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre

6_Diagramme de Bode :

W	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\lVert T \rVert$	1	–	$1/\sqrt{2}$	1/10	0
G (db)	0	–	- 3	- 20	$-\infty$
φ	0	–	$-\pi/4$	–	$-\pi/2$

a- G(db) = f (w) :



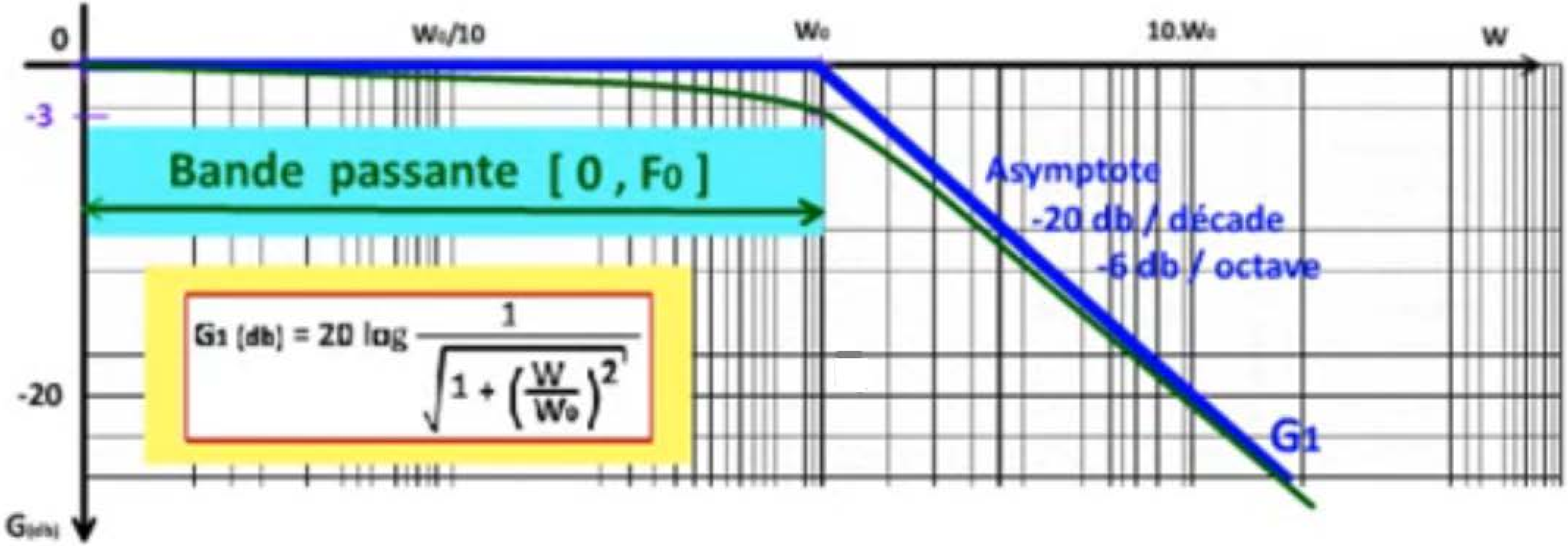
$$G_1\,(db) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre

6_Diagramme de Bode :

a- G(db) = f (w) :

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\|\|T\|\|$	1	–	$1/\sqrt{2}$	1/10	0
G (db)	0	–	- 3	- 20	$-\infty$
φ	0	–	$-\pi/4$	–	$-\pi/2$

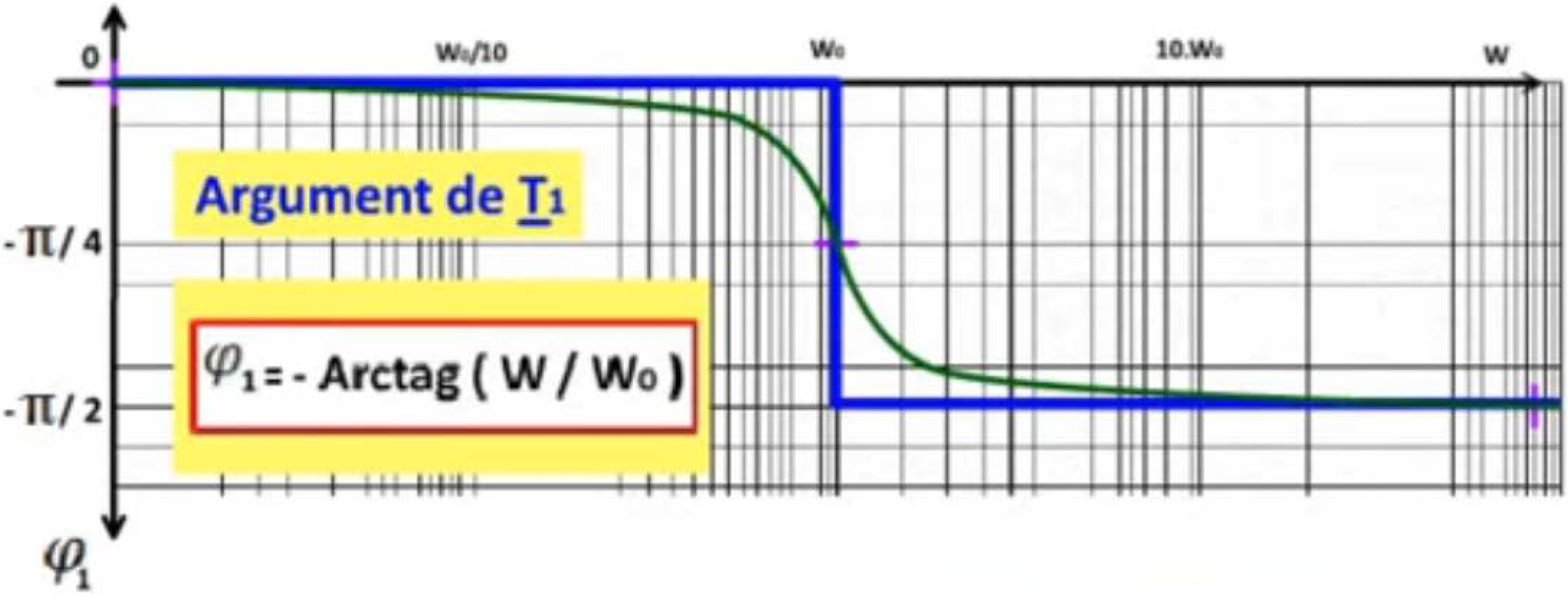


Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre

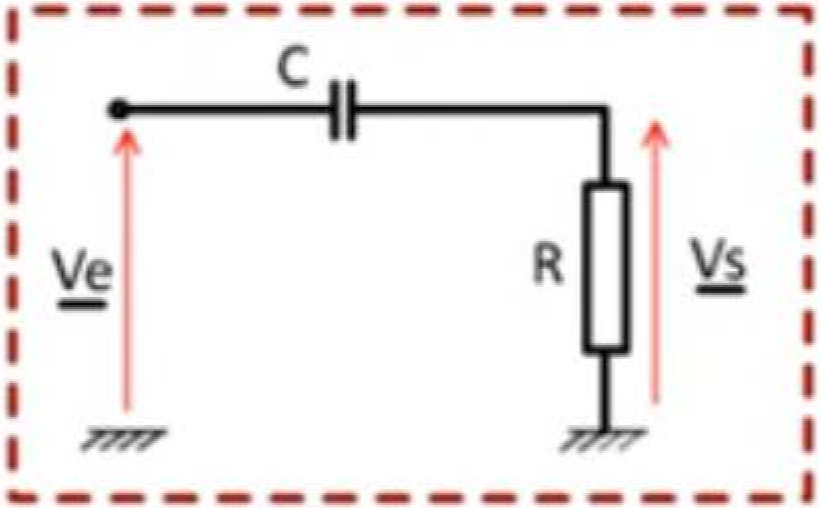
6_Diagramme de Bode :

b- $\varphi = f(w)$:

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\|\|T\|\|$	1	–	$1/\sqrt{2}$	1/10	0
G (db)	0	–	- 3	- 20	$-\infty$
φ	0	–	$-\pi/4$	–	$-\pi/2$



Filtre Passif (RC) >> Passe Bas >> Premier Ordre



* Si $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{V}s \rightarrow 0\,V = \underline{V}s\ min$
* Si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \underline{V}s \rightarrow \underline{V}e = \underline{V}s\ max$

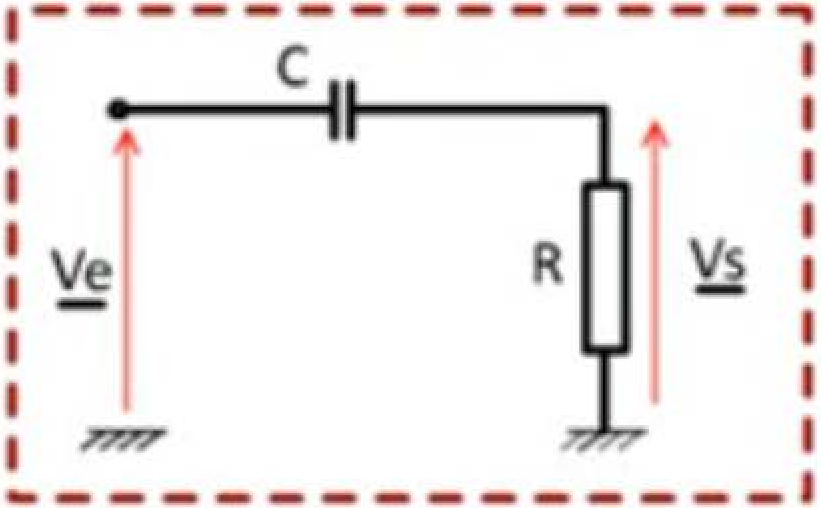
- **La tension de sortie est fortement atténuée pour les basses fréquences et fortement favorisée pour les hautes fréquences . Donc , c'est un passe haut .**

Remarque 1 : $\underline{T} = \dfrac{\underline{V}s}{\underline{V}e}$

$$\underline{T}_2 = \frac{1}{\left[1 - j\,\frac{W_0}{W}\right]}$$

$$\Rightarrow \underline{V}s = \underline{V}e \frac{1}{\left[1 - j\,\frac{W_0}{W}\right]}$$

Filtre Passif (RC) >> Passe Haut >> Premier Ordre



$\underline{Z}_R = R$ $\underline{Z}_C = 1/j.C.W$

1_Fonction de transfert :

$$\underline{T}_2 = \frac{1}{\left[1 - j\,\frac{W_0}{W}\right]}$$

2_Module de $\underline{T}$: $\|\underline{T}\|$

$$\|\underline{T}_2\| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W_0}{W}\right)^2}}$$

3_Gain (db) :

$$G_2\,(db) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W_0}{W}\right)^2}}$$

4_Argument de $\underline{T}$:

$$\varphi_2 = \text{Arctag}\,(W_0 / W)$$

φ : degré

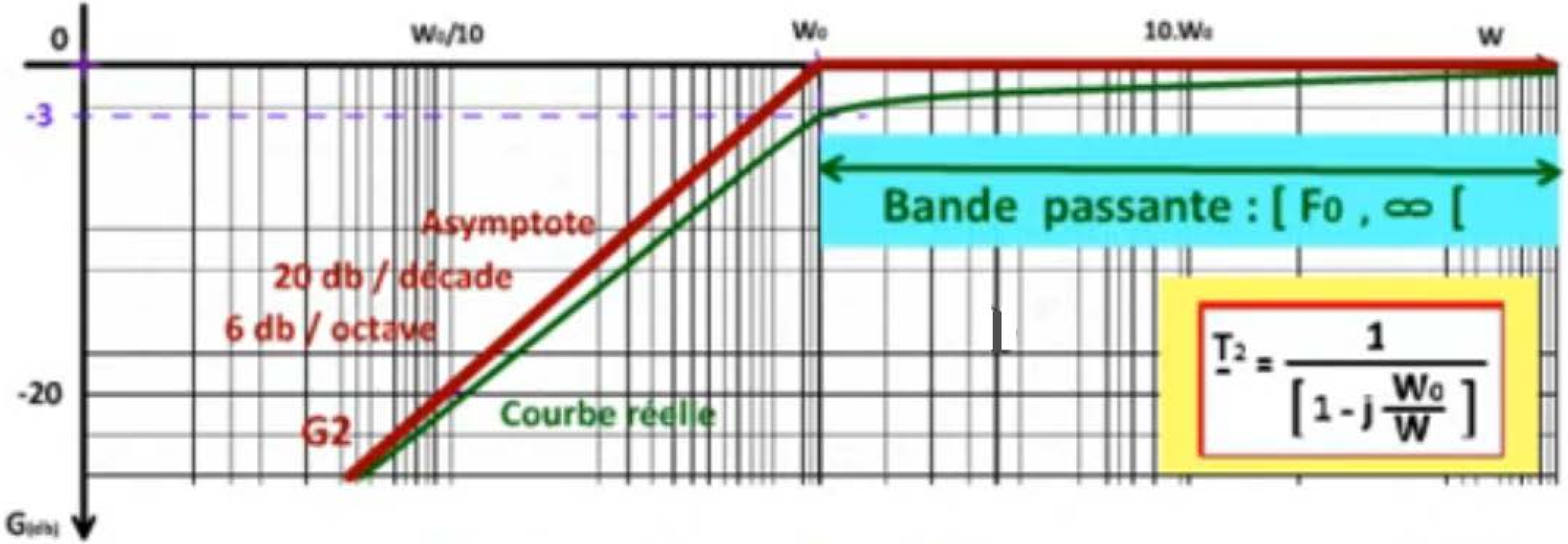
Filtre Passif (RC) >> Passe Haut >> Premier Ordre

6_Diagramme de Bode :

a- G(db) = f (w) :

$$\underline{T}_2 = \frac{1}{\left[1 - j\frac{W_0}{W}\right]}$$

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\|\|T\|\|$	0	1/10	$1/\sqrt{2}$	–	1
G (db)	$-\infty$	- 20	- 3	–	0
φ	$\pi/2$	–	$\pi/4$	–	0



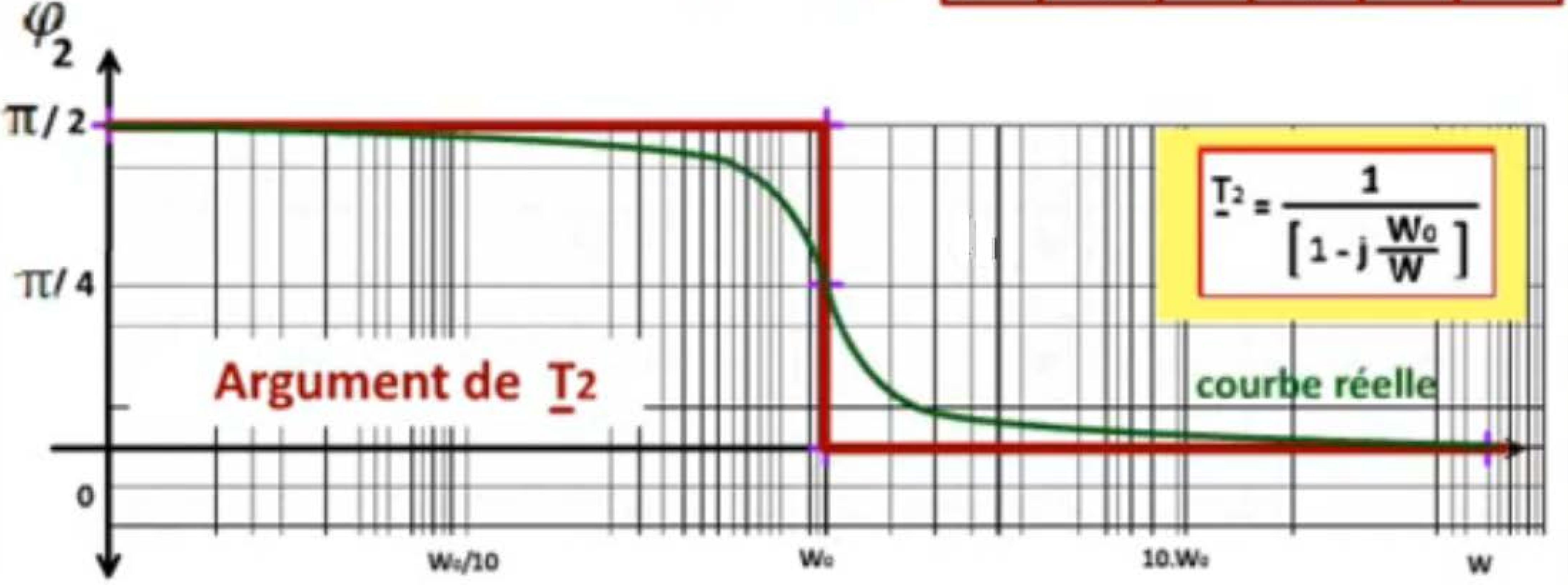
Filtre Passif (RC) >> Passe Haut >> Premier Ordre

6_Diagramme de Bode :

b- $\varphi = f(w)$:

$$\underline{T}_2 = \frac{1}{\left[1 - j\frac{W_0}{W}\right]}$$

w	0	$W_0/10$	W_0	$10.W_0$	∞
$\|\|T\|\|$	0	1/10	$1/\sqrt{2}$	–	1
G (db)	$-\infty$	- 20	- 3	–	0
φ	$\pi/2$	–	$\pi/4$	–	0



Filtre Passif (RC) >> Passe Haut >> Premier Ordre