تحليل السلاسل الزمنية



السنة أولى ماستر علوم اقتصادية و تسيير المؤسسة

دروس عن بعد
من تقديم د. مدوري حادة

تحليل دوال الارتباط الذاتي



دالة الارتباط الذاتي البسيط

- دالة الارتباط الذاتي البسيط (ACF) هي أداة إحصائية هامة تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية. فيما يلي أهم النقاط حول هذه الدالة:
  - **تعريف وخصائص**
  - تقيس دالة الارتباط الذاتي البسيط مدى ارتباط قيم السلسلة الزمنية بنفسها عند فترات زمنية مختلفة.
  - تتراوح قيم معاملات الارتباط الذاتي بين -1 و +1.
  - القيمة +1 تشير إلى ارتباط إيجابي تام، بينما -1 تشير إلى ارتباط سلبي تام.



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

حساب وتفسير

- يتم حساب معاملات الارتباط الذاتي للفجوات الزمنية المختلفة (k = 1, 2, 3, ...).
- تمثل بيانياً بما يسمى "مخطط دالة الارتباط الذاتي" أو correlogram.
- الانخفاض البطيء في قيم ACF يشير إلى عدم استقرار السلسلة الزمنية.
- يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على الفرضيات حول تسلسل البيانات و العلاقات السببية بينها، و يستخدم العديد من الأدوات الإحصائية و المخططات البيانية لتحليل هذه البينات و استخلاص النتائج.



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

استخدامات

- تساعد في تحديد نوع النموذج المناسب للسلسلة الزمنية.
- تستخدم في الكشف عن وجود نمط موسمي في البيانات.
- تساهم في تقييم استقرارية السلسلة الزمنية.
- تساعد في تحديد رتبة نماذج ARIMA المناسبة مع دالة الارتباط الذاتي الجزئي.



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

- **تفسير النتائج**
- إذا كانت معظم معاملات الارتباط الذاتي داخل مجال الثقة، فهذا يشير إلى استقرار السلسلة.
- وجود نمط متكرر في معاملات ACF قد يشير إلى وجود موسمية في البيانات.
- الانخفاض السريع في قيم ACF يدل على استقرارية السلسلة الزمنية
- **الصيغة الرياضية لدالة الارتباط الذاتي البسيط:**
- إذا كانت y_t هي السلسلة الزمنية، فإن دالة الارتباط الذاتي البسيط عند التأخير k تعرف بالشكل التالي :

$$\rho(k) = \frac{\sum_{k+1}^{n}(y_t - \bar{y}_1)(y_{t-k} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{k+1}^{n}(y_t - \bar{y}_1)^2}\sqrt{\sum_{k+1}^{n}(y_{t-k} - \bar{y}_2)^2}} \qquad \bar{y}_1 = \frac{\sum_{k+1}^{n} y_t}{n-k} \qquad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{k+1}^{n} y_{t-k}}{n-k}$$

n<30



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

- بالنسبة لـعدد المشاهدات n كبير، إذا كانت السلسلة بلا اتجاه ولها تباين ثابت نسبيًا مع مرور الوقت، يمكننا تعيين $\bar{y} = \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ متوسّط السلسلة الزمنية، $var(y_t) = var(y_{t-k})$

ويمكننا كتابة الصيغة المبسطة التالية:

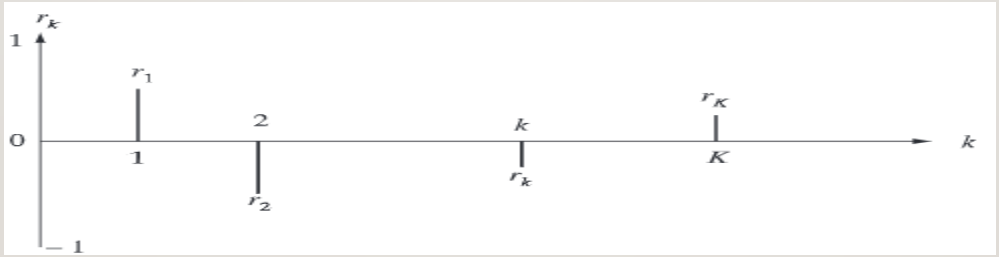
$$\rho(k) = \frac{\frac{1}{n-k}\sum_{t=k+1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{var(y_t)}$$



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

- التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي يسمى corrélogramme كما هو مبيَّن في الشكل:

التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي



$\frac{n}{6} \leq K \leq \frac{n}{3}$ ،إذا كانت n>150 $K = \frac{n}{5}$ أو كما يقترح بعض المؤلفين $K=\sqrt{n}$

التعريف بمقياس تحليل السلاسل الزمنية



- يعتبر تحليل السلاسل الزمنية فرعا من فروع القياس الاقتصادي الذي يدرس سلوك البيانات عبر الزمن و كيفية تغيرها و تطورها مع مرور الوقت.
- يتم استخدام تحليل السلاسل الزمنية في الاقتصاد و الإحصاء لفهم الإتجاهات و التغيرات في البيانات الاقتصادية مثل إجمالي الناتج المحلي، التضخم، سعر الصرف، و غيرها.
- يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على الفرضيات حول تسلسل البيانات و العلاقات السببية بينها، و يستخدم العديد من الأدوات الإحصائية و المخططات البيانية لتحليل هذه البينات و استخلاص النتائج.



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

- يتيح اختبار المعنوية على معامل $\rho(k)$ إمكانية تحديد معاملات الارتباط الذاتي التي تختلف بشكل كبير عن 0.
  - لتكن الفرضية: H_0: $\rho(k) = 0$
- الفرضية البديلة: H_1: $\rho(k) \neq 0$
- تحت الفرضية H_0, $t_c = \frac{|r_k|}{\sqrt{(1-r_k^2}}\sqrt{n-2}$ يخضع لقانون التوزيع ستودنت (n< 30)بدرجة حرية $n-2$



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

- (أو قانون التوزيع طبيعي مركزي مخفض إذا n >30 حيث n هو عدد الملاحظات المستخدمة لحساب معامل الارتباط الذاتي الذي يخضع للتوزيع الطبيعي حيث $t^{\alpha\%} = 1{,}96$.
- إذا كان $t_c > t_{n-2}^{1-\frac{\alpha}{2}}$، يتم رفض الفرضية H_0 (قيمة $t_{n-2}^{1-\frac{\alpha}{2}}$ لقانون ستودنت عند مستوى معنوية α عند درجة الحرية n-2).
- يمكن تحديد مجال الثقة لمعاملات الارتباط الذاتي وبالتالي التي تساوي الصفر تقع داخله والتي تختلف عن الصفر تتجاوز مجال الثقة وتُحدّد بالعلاقة التالية: $\pm 1{,}96\frac{1}{\sqrt{n}}$.



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

مثال على حساب دالة الارتباط الذاتي (FAC)

	y_t	y_{t-2}
1	2057	2248
2	4159	2392
3	1891	2057
4	2065	4159
5	2118	1891
6	3934	2065
7	2138	2118
8	2456	3934
9	2224	2138
10	4090	2456

- من بيانات المبيعات في الجدول 3-1، احسب FACللتأخيرات الثلاثة الأولى (r_1,r_2,r_3) ثمّ اختبر معنوياتها.
- الحل: سنقوم بالتفصيل في الجدول 3-1 بحسابات المعاملات، على سبيل المثال r_1 الارتباط بين y_t و y_{t-1} .



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

مثال على حساب دالة الارتباط الذاتي (FAC)

y_t	y_{t-2}	y_{t-1}	y_{t-3}	y_{t-4}
2248				
2392		2248		
2057	2248	2392		
4159	2392	2057	2248	
1891	2057	4159	2392	2248
2065	4159	1891	2057	2392
2118	1891	2065	4159	2057
3934	2065	2118	1891	4159
2138	2118	3934	2065	1891
2456	3934	2138	2118	2065
2224	2138	2456	3934	2118
4090	2456	2224	2138	3934



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

الارتباط الذاتي

$$r_1 = \frac{\sum (y_t - 2684) * (y_{t-1} - 2516{,}54)}{\sqrt{\sum (y_t - 2684)^2}\sqrt{\sum (y_{t-1} - 2516{,}54)^2}}$$

n	y_t	y_{t-1}		
1	2392			
2	2057			
3	4159			
4	1891			
5	2065	1891	-619	-625,54545
6	2118	2065	-566	-451,54545
7	3934	2118	1250	-398,54545
8	2138	3934	-546	1417,45455
9	2456	2138	-228	-378,54545
10	2224	2456	-460	-60,54545
11	4090	2224	1406	-292,54545
	$\bar{y}_t = 2684$	$\bar{y}_{t-1} = 2516,54545$		

$(y_t - 2684)^2$	$(y_t - 2684)*(y_{t-1} - 2516{,}54)$	$(y_{t-1} - 2516.54)^2$
85264	78415,2714	72116,65872
393129	78089,9972	15511,56912
2175625	-677829,539	211182,0206
628849	-1302466,46	2697656,949
383161	387212,634	391307,11
320356	255574,725	203893,2934
1562500	-498181,813	158838,4757
298116	-773930,184	2009177,401
51984	86308,3626	143296,6577
211600	27850,907	3665,751516
1976836	-411318,903	85582,84032
$\sum =$ 8087420	$\sum =$ -2750275	$\sum =$ 5992228,727
	$r_1 =$ -0,39507262	



	y_t	y_{t-2}	$y_t - 2713,2$	$y_{t-2} - 2545,8$
1	2057	2248	-656,2	-297,8
2	4159	2392	1445,8	-153,8
3	1891	2057	-822,2	-488,8
4	2065	4159	-648,2	1613,2
5	2118	1891	-595,2	-654,8
6	3934	2065	1220,8	-480,8
7	2138	2118	-575,2	-427,8
8	2456	3934	-257,2	1388,2
9	2224	2138	-489,2	-407,8
10	4090	2456	1376,8	-89,8
	$\bar{y}_t = 2713,2$	$\bar{y}_{t-2} = 2545,8$		

$$r_2 = \frac{\sum_1^{10}(y_t - 2684) * (y_{t-2} - 2516{,}54)}{\sqrt{\sum(y_t - 2684)^2}\sqrt{\sum(y_{t-2} - 2516{,}54)^2}}$$



$(y_t - 2713,2)^2$	$(y_t - 2713,2)*(y_{t-2} - 2545,8)$	$(y_{t-2} - 2545,8)^2$
430598,44	195416,36	88684,84
2090337,64	-222364,04	23654,44
676012,84	401891,36	238925,44
420163,24	-1045676,24	2602414,24
354263,04	389736,96	428763,04
1490352,64	-586960,64	231168,64
330855,04	246070,56	183012,84
66151,84	-357045,04	1927099,24
239316,64	199495,76	166300,84
$\sum (y_t - 2713,2)^2 = 7993629,6$	$\sum (y_t - 2713,2) * (y_{t-2} - 2545,8) = -903071,6$	$\sum (y_{t-2} - 2545,8)^2 = 5898087,6$
	r_2=-0,1315	



المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

اختبار المعنوية على معامل $\rho(k)$

$$t_c = \frac{|\hat{r}_k|}{\sqrt{1 - r_k^2}}\sqrt{n-2}$$

- لتكن الفرضية: H_0: $\rho(k) = 0$
- الفرضية البديلة: H_1: $\rho(k) \neq 0$

تحت الفرضية H_0, $t_c = \frac{|r_k|}{\sqrt{(1-r_k^2}}\sqrt{n-2}$ يخضع لقانون التوزيع ستودنت (n< 30)

بدرجة حرية $n-2$



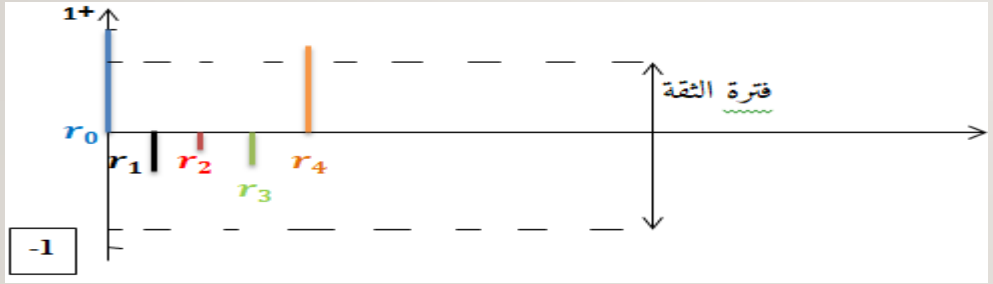
المركز الجامعي مغنية
University Center of Maghnia

التأخيرات k	$\hat{r}_k$	n	$\|t_c\|$	ddl	t_{tab}
0	1	12	-	-	-
1	-0,395	11	1,29	9	2,262
2	-0,132	10	0,38	8	2,306
3	-0,391	9	1,03	7	2,365
4	0,952	8	7,62	6	2,447

بالنسبة لـ r_1, r_2, r_3 احصائية t_c هي أقل من قيمة t_{tab} وبالتالي فهي لا تختلف معنويا عن الصفر، أمّا بالنسبة لـ r_4 فإنّ $t_c > t_{tab}$ وبالتالي فإنّ r_4 تختلف معنويا عن الصفر.



الشكل3-4: التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط



$$IC = \pm\frac{1,96}{\sqrt{n}} = \pm 0,565$$


شكرا على حسن
الإصغاء والمتابعة