

Chapitre 2 : Equations Fondamentales de l'Hydrodynamique

Objectif :

- 1) Savoir appliquer le théorème de Bernoulli et connaître les hypothèses sous-jacentes.
- 2) Généraliser le théorème de Bernoulli pour tenir compte des pertes de charge et de la présence de pompes et de turbines.
- 3) Calculer le débit, le diamètre, le coefficient de frottement et la perte de charge dans une conduite.

Introduction :

Si un liquide s'écoule en contact avec l'atmosphère, on dit qu'il y a écoulement à surface libre: tel est le cas d'un canal, par exemple. Si l'écoulement s'opère dans un tuyau fermé, occupant toute la section du tuyau, et, en général, à des pressions différentes de la pression atmosphérique, on dit qu'il y a écoulement en charge: tel est le cas de l'écoulement dans les conduites.

I Lignes de courant

On appelle lignes de courant les lignes tangentes, en chaque point et à chaque instant, au vecteur vitesse \vec{V} equation vectorielle sera :

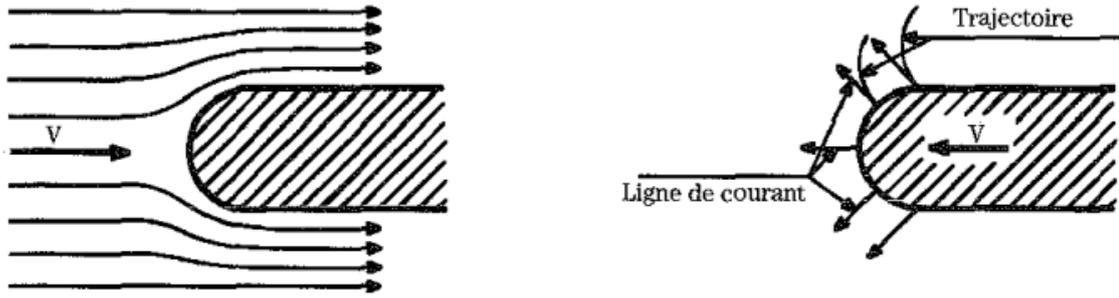
$$\vec{V} \wedge d\mathbf{P} = \mathbf{0}$$

Dans le mouvement turbulent, seule offre un intérêt l'étude des lignes de courant correspondant au champ de vitesses moyennes. Si les écoulements sont permanents, les trajectoires et les lignes de courant coïncident.

On définit encore les lignes d'émission comme l'ensemble des positions occupées, à un instant donné, par les particules qui sont passées antérieurement en un point donné.

Un exemple de ligne d'émission est la fumée émise par une cheminée; la sortie de la cheminée peut être considérée comme ponctuelle; par elle passent toutes les particules qui, à un instant donné, constituent la ligne de fumée.

Pour mieux comprendre la différence entre trajectoire et ligne de courant, voyons les figures ci-dessous:



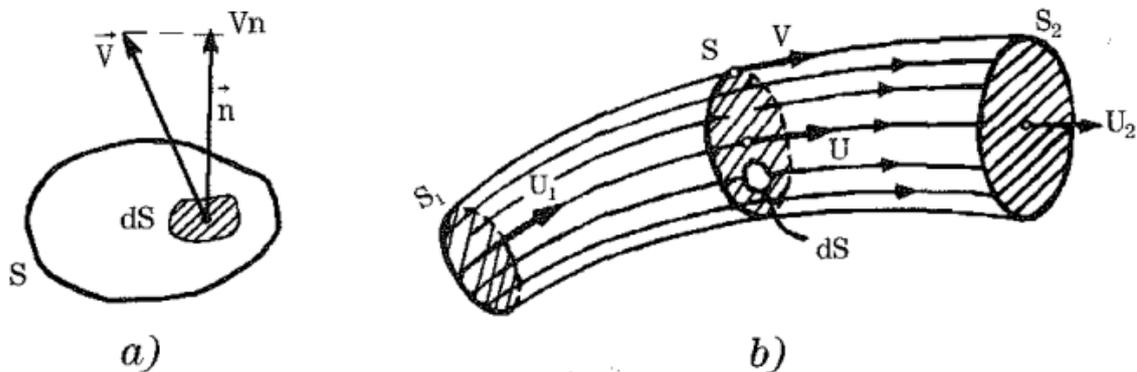
Sur la figure un obstacle est placé au milieu d'un courant de vitesse V , en régime permanent: les trajectoires et les lignes de courant coïncident.

Sur la figure 2, une embarcation se déplace à la vitesse V , dans un liquide au repos. Le mouvement engendré dans le liquide n'est pas permanent, étant donné qu'en chaque section, l'état de mouvement des particules dépend du temps de passage de l'embarcation : les lignes de courant ne coïncident pas avec les trajectoires.

II Tubes de courant

Les lignes qui, dans une section, unissent les points de vitesse moyenne temporelle égale V , sont appelées Isotaches. La valeur moyenne spatiale des vitesses moyennes temporelles V aux différents points d'une section est appelée vitesse moyenne U dans cette section :

$$U = \frac{1}{S} \int_s \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{ou} \quad Q = U \cdot S$$



On appelle tube de courant l'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé, placé à l'intérieur de l'écoulement (fig.b). La surface S intersectée dans un tube de

courant, perpendiculairement aux lignes de courant, constitue une section droite de l'écoulement.

III Equation de continuité :

L'équation de continuité traduit le principe selon lequel la matière ne peut ni disparaître ni être créée. Cette équation exprime en termes comptables que dans un temps dt , la quantité de matière qui entre dans un volume de contrôle est égale à celle qui en sort plus celle qui s'y accumule (figure 3) :

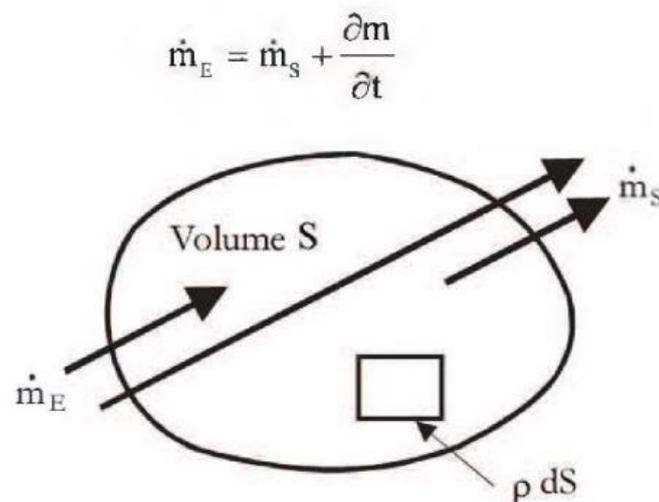


Figure 3

En hydraulique, on traite principalement du transport et du stockage de l'eau. Pour l'eau, les variations de pression et de température en jeu ne font pratiquement pas modifier la masse volumique qui peut être considérée comme constante (fluide incompressible). Dans ce contexte, l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(S) = Q_E - Q_S$$

Où Q_E et Q_S sont les débits volumiques entrant et sortant. L'équation de continuité exprime donc que pour un fluide incompressible, le taux de variation du volume est égal à la différence entre les débits volumiques entrant Q_E et sortant Q_S .