مقاييس التشتت

في كثير من الأحيان تكون مقاييس النزعة المركزية غير كافية للمقارنة بين البيانات أو السلاسل الاحصائية إذ يمكن أن نحصل على قيم متساوية لمقاييس النزعة المركزية في السلاسل الاحصائية، لذلك نعتمد كذلك عند دراسة السلاسل الاحصائية على مقاييس التشتت التي تمكننا من مقارنة ومعرفة مدى تشتت السلاسل الاحصائية. ومن أهم مقاييس التشتت المدى، الانحراف المتوسط، التباين والانحراف المعياري.

1- المدى R:

المدى R هو الفرق بين أعلى قيمة وأصغر قيمة. حيث إذا كان المدى صغيرا معناه أن البيانات محصورة في مسافة قصيرة، أما إذا كان المدى كبيرا فإن هذا يعني أن البيانات تقع ضمن مسافة كبيرة. يستخدم المدى للمقارنة بين المجموعات (البيانات) الاحصائية من حيث التشتت، حيث أن المجموعة التي لديها مدى أكبر هي الأكثر تشتتا.

حساب المدى في حالة البيانات الغير مبوبة والمبوبة (بدون فئات)

في هذه الحالة يحسب المدى بالعلاقة التالية

$$R = \mathrm{X}max - \mathrm{Xmin}$$

حيث Xmax: أعلى قيمة في البيانات (أو في الجدول التكراري)

Xmin: أصغر قيمة في البيانات (الجدول التكراري)

مثال رقم 01 : إذا كانت لدينا علامات الطلبة في مقياس الاحصاء كما يلي: أحسب المدى

20-14-5-18-12-16-15-11-8-6

R= 20-5=15

حساب المدى في حالة البيانات المبوبة (بالفئات)

في هذه الحالة يحسب المدى وفق العلاقة التالية:

المدى= الحد الأعلى للفئة الأخيرة- الحد الادنى للفئة الأولى

مثال رقم 02: أحسب المدى لبيانات الجدول التالي:

الفئات	التكرار
]14-12]	3
]16-14]	2
]18-16]	3
]20-18]	4
]22-20]	3

R= 22-12=10

2- **الانحراف المتوسط MD**: يمكننا من معرفة متوسط انحراف القيم عن متوسطها الحسابي

حساب الانحراف المتوسط في حالة البيانات الغير مبوبة

في هذه الحالة يحسب الانحراف المتوسط وفق العلاقة التالية:

$$MD = \frac{\sum |Xi - \bar{X}|}{\mathrm{n}}$$

حيث n تمثل عدد البيانات (حجم العينة)

Xi تمثل قيم المتغير المدروس

مثال رقم03 : لديك سلسلة البيانات التالية: احسب الانحراف المتوسط.

52-33-24-8-3

حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum}{\mathrm{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{3 + 8 + 24 + 33 + 52}{5} = 24$$

حساب الانحراف المتوسط

$$MD = \frac{|3 - 24| + |8 - 24| + |24 - 24| + |33 - 24| + |52 - 24|}{5} = 14.8$$

حساب الانحراف المتوسط في حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية (بدون فئات)

في هذه الحالة يحسب الانحراف المتوسط وفق العلاقة التالية:

$$MD = \frac{\sum fi |Xi - \bar{X}|}{\sum fi}$$

مثال رقم 04: لدينا التوزيع التكراري التالي، أحسب الانحراف المتوسط لهذا التوزيع

المتغير Xi	التكرار fi	$fiXi$	$\lvert Xi-\bar{X}\rvert$	$fi\lvert Xi-\bar{X}\rvert$
15	4	60	19.04	76.16
25	9	225	9.04	81.36
35	16	560	0.96	15.36
45	13	585	10.96	142.48
المجموع	42	1430		315.36

$$\bar{X}=\frac{\sum fiX}{\sum fi}$$

$$\bar{X}=\frac{1430}{42}=34.04$$

$$MD=\frac{\sum fi\lvert Xi-\bar{X}\rvert}{\sum fi}$$

$$MD=\frac{315.36}{42}=7.50$$

حساب الانحراف المتوسط في حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية (بالفئات)

في هذه الحالة يحسب الانحراف المتوسط وفق العلاقة التالية:

$$MD=\frac{\sum fi\lvert Ci-\bar{X}\rvert}{\sum fi}$$

حيث يمثل Ci مركز الفئة

مثال رقم 05: لدينا التوزيع التكراري التالي، أحسب الانحراف المتوسط لهذا التوزيع

الفئات	التكرار fi	مركز الفئة Ci	$fiCi$	$\lvert Ci-\bar{X}\rvert$	$fi\lvert Ci-\bar{X}\rvert$
]50-40]	13	45	585	9.03	117.39
]60-50]	10	55	550	0.97	9.7
]70-60]	6	65	390	10.97	65.82
]80-70]	2	75	150	20.97	41.94
المجموع	31		1675		234.85

حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum fiCi}{\sum fi}$$

$$\bar{X} = \frac{1675}{31} = 54.03$$

حساب الانحراف المتوسط

$$MD = \frac{\sum fi|Ci - \bar{X}|}{\sum fi}$$

$$MD = \frac{234.85}{31} = 7.57$$

3–التباين والانحراف المعياري

يمثل التباين متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي ويرمز له ب σ^2، أما الانحراف المعياري فهو الجدر التربيعي للتباين

يحسب التباين في حالة البيانات الغير مبوبة وفق العلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{n}$$

مثال رقم 06: لدينا نقاط عينة من الطلبة كما يلي: 5 - 8 – 11- 15- 20

حساب التباين والانحراف المعياري

اولا حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{\mathrm{n}} = \frac{5 + 8 + 11 + 15 + 20}{5} = 11.8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{n} = \frac{(5 - 11.8)^2 + (8 - 11.8)^2 + (11 - 11.8)^2 + (15 - 11.8)^2 + (20 - 11.8)^2}{5} = 27.76$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$= 5.26 \sigma = \sqrt{27.76}$$

أما في حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية بدون فئات فيحسب التباين بالعلاقة التالية

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi(Xi - \bar{X})^2}{\sum fi}$$

مثال رقم 07: لدينا التوزيع التالي: أحسب التباين والانحراف المعياري

$fi(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-\bar{X})^2$	$fiXi$	التكرارfi	المتغيرXi
144.06	48.02	9	3	3
34.32	8.58	27	4	7
3.42	1.14	33	3	11
102.8	25.7	60	4	15
82.26	82.26	19	1	19
366.86		149	15	

$$\bar{X} = \frac{\sum fiX}{\sum fi}$$

$$\bar{X} = \frac{149}{15} = 9.93$$

$$\sigma^2 = \frac{366.86}{15} = 24.45$$

$$= 4.94\sigma = \sqrt{24.45}$$

وفي حالة البيانات المبوبة في جداول تكرارية بالفئات يحسب التباين وفق العلاقة التالية $\sigma^2 = \frac{\sum fi(Ci-\bar{X})^2}{\sum fi}$

مثال رقم 08: لدينا التوزيع التكراري التالي، أحسب التباين والانحراف المتوسط

$fi(Ci-\bar{X})^2$	$(Ci-\bar{X})^2$	$fiCi$	مركز الفئة Ci	التكرارfi	الفئات
604.82	302.41	11	5.5	2	10-1
382.28	54.61	108.5	15.5	7	20-11
68.12	6.81	255	25.5	10	30-21
477.04	159.01	106.5	35.5	3	40-31
511.21	511.22	45.5	45.5	1	50-41
2043.47		526.5		23	المجموع

$$\bar{X} = \frac{\sum fiCi}{\sum fi} = \frac{526.5}{23} = 22.89$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi(Ci-\bar{X})^2}{\sum fi} = \frac{2043.47}{23} = 88.84$$

$$= 9.42\sigma = \sqrt{88.84}$$