

la République Algérienne
Démocratique et Populaire

Ministre de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Centre Universitaire Maghnia



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
المركز الجامعي مغنية

مطبوعة مقدمة لفائدة طلبة السنة الثالثة

للسانيس "علوم اقتصادية"

تخصص "اقتصاد وتسيير المؤسسة"

مقياس "نماذج التنبؤ"

المحاضرة (14): معايير المفاضلة بين نماذج التنبؤ

من اعداد: د. قادري رياض

السنة الجامعية: 2019-2020

المحاضرة (14): معايير المفاضلة بين نماذج التنبؤ

(1) المفاضلة بين النموذجين على أساس قاعدة "Theil":

(1-1) مضمون قاعدة "Theil":

تهتم قاعدة "Theil" بفكرة الاختيار بين نموذجين انطلاقا من حساب البواقي لكل نموذج ، بحيث تحاول الإجابة على التساؤل التالي⁽⁶⁵⁾:

• إذا كانت لدينا سلسلتان مختلفتان من المتغيرات المفسرة ، كيف نقرر بأن إحداهما هي التي تفسر المتغير التابع أحسن تفسير؟.

تحاول هذه الطريقة أو القاعدة الإجابة على هذا التساؤل من خلال الافتراضات التالية⁽⁶⁶⁾:

- النموذج الأول: $Y = B_1 + u$

- النموذج الثاني: $Y = B_2 + u$

بحيث: $B_1(K_1, 1), X_1(n, k_2)$

$B_2(K_2, 1), X_2(n, k_2)$

$Y(n, 1), u(n, 1)$

وفقا للفرضيات التالية:

$$E(u) = 0 \quad -1$$

$$V(u) = 0 \quad -2$$

-3 X_1, X_2 ثابتان غير عشوائيان

-4 $K_1 = (X_1)$ رتبة ، $K_2 = (X_2)$ رتبة

(2-1) الاختيار بين النموذجين وفقا لقاعدة "Theil":

بتطبيق طريقة المربعات الصغرى على كلى النموذجين نحصل على التقديرين \hat{B}_1 و \hat{B}_2 لـ B_1 و B_2 على الترتيب:

$$\hat{B} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i1} y_i}{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2}$$

⁶⁵ - فروخي جمال ، نظرية الاقتصاد القياسي ، ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 1993 ، ص 103.

⁶⁶ - نفس المرجع ، ص 103.

$$\hat{B}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i2} y_i}{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2}$$

أما البواقي فمجموع مربعاتها هو:

حيث يتم تقدير Y_i وفقا لـ: X_1 :

$$\sum_{i=1}^n e_{i1}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i(X_1))^2$$

وحيث يتم تقدير Y_i وفقا لـ: X_2 :

$$\sum_{i=1}^n e_{i2}^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i(X_2))^2$$

كما لدينا الصيغ التالية (التوقع المجموع البواقي):

$$E \left(\sum_{i=1}^n e_{i1}^2 \right) = (n - K_1) \sigma_1^2$$

$$E \left(\sum_{i=1}^n e_{i2}^2 \right) = (n - K_2) \sigma_2^2$$

كما نصلح على تعريف S_i^2 كما يلي:

$$S_1^2 = \frac{\sum e_{i1}^2}{n - k_1} \dots \dots \dots (3 - 39)$$

$$S_2^2 = \frac{\sum e_{i2}^2}{n - k_2} \dots \dots \dots (3 - 40)$$

والتي تمثل متوسط المجموع المربع للبواقي ، ويتم اختيار النموذج وفقا لقاعدة القرار لـ: "Theil"

كما يلي:

1- إذا كانت: $S_2^2 > S_0^2$ فإننا نختار النموذج الأول لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي.

2- إذا كانت: $S_2^2 < S_0^2$ فإننا نختار النموذج الثاني لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي.

هذه الطريقة في اتخاذ القرار تعتمد على المشاهدات لعينة واحدة (Y, X_1) و (Y, H_2) وبذلك

يمكن أن تقود إلى نتائج سيئة حول النموذج.

أحد التعديلات على طريقة الاختيار هذه هو أخذ عدة معاینات على كل نموذج ولكل عينة (m) نحسب⁽⁶⁷⁾:

- بالنسبة للنموذج الأول: S_{1m}^2

- بالنسبة للنموذج الثاني: S_{2m}^2

فإذا أخذنا (M) عينة عن كل نموذج ونحسب:

$$\bar{S}_1 = \frac{\sum_{m=1}^M S_{1m}^2}{M} \dots \dots \dots (3 - 41) \text{ للنموذج الأول:}$$

$$\bar{S}_2 = \frac{\sum_{m=1}^M S_{2m}^2}{M} \dots \dots \dots (3 - 42) \text{ للنموذج الثاني:}$$

وتحسبنا لطريقة أو قاعدة الاختيار لـ "Theil" نعلم على أخذ \bar{S}_1 و \bar{S}_2 بدلا من S_1 و S_2 كما يلي⁽⁶⁸⁾:

1- إذا كانت: $\bar{S}_2 > \bar{S}_1$ فإننا نختار النموذج الأول لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي للعينات.

2- إذا كانت: $\bar{S}_2 < \bar{S}_1$ فإننا نختار النموذج الثاني لأن له أقل متوسط مجموع مربع البواقي للعينات.

كما يمكن تحسين طريقة أو قاعدة الاختيار لـ "Theil" باستخدام متوسط مجموع مربع انحرافات المتغير التابع (Y) على حجم العينة أي:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 / n$$

المساوي إلى SST وذلك وفقا للصيغة التالية⁽⁶⁹⁾:

بالنسبة للنموذج الأول:

$$\bar{R}_1^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2 / (n - k_1)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / n}$$

بالنسبة للنموذج الثاني:

⁶⁷ - جمال فروخي ، مرجع سابق ، ص 105.

⁶⁸ - نفس المرجع ، ص 106.

⁶⁹ - جمال فروخي ، مرجع سابق ، ص 106.

$$\bar{R}_2^2 = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y})^2 / (n - k_2)}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2 / n}$$

إذن:

$$\bar{R}_1^2 = 1 - \frac{S_1^2}{SST/n} \dots \dots \dots (3 - 43)$$

$$\bar{R}_2^2 = 1 - \frac{S_2^2}{SST/n} \dots \dots \dots (3 - 44)$$

قاعدة الاختبار لـ "Theil" تعتمد على أخذ النموذج الأول إذا كان: $S_2^2 > S_1^2$

$$-\frac{S_1^2}{SST/n} > -\frac{S_2^2}{SST/n}$$

$$\bar{R}_1^2 = 1 - \frac{S_1^2}{SST/n} > \bar{R}_2^2 = 1 - \frac{S_2^2}{SST/n}$$

ونختار النموذج الثاني إذا كان: $\bar{R}_1^2 > \bar{R}_2^2$

فبفرض أن النموذجين الذي يقترحهما "Theil" في بداية الأمر هما نموذج الانحدار البسيط ونموذج السلاسل الزمنية وبتطبيق مختلف فرضيات القاعدة ثم نقوم بالفصل بين النموذجين و أيهما أصلح للتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة.

2) المفاضلة بين النموذجين وفقا لاختبارات دقة النماذج التنبؤية:

تنقسم اختبارات دقة النتائج التنبؤية للنموذج إلى قسمين: مؤشرات نسبية تأخذ قيم نسبية، بحيث لا تأخذ بعين الاعتبار طبيعة النموذج أو تركيبته، أو كل ما يؤثر فيه، فقط تهتم بعنصر البواقى أو خطأ التقدير، وهي عموما كما يلي:

1-2) المؤشرات التامة (المطلقة):

1-1-2) متوسط القيم المطلقة للأخطاء ⁽⁷⁰⁾ mean absolute error:

$$MAE = \frac{\sum |e_i|}{n} \dots \dots \dots (3 - 45)$$

$$e_i = Y_i - Y_{PR}$$

حيث أن: Y_i القيم الفعلية للظاهرة Y .

⁷⁰ - Gerald Keller and Brian Worrack "Statistics for Management and Economics" Cole publishing Company, New York, 1997, p 923.

Y_{PR} القيم المقدرة للظاهرة Y .

e_i تمثل الخطأ أو البواقي، و n حجم العينة أو عدد البيانات حول الظاهرة.

حيث نحسب MAE لكل نموذج ونعتبر النموذج الدقيق هو النموذج الذي يتمتع بأقل MAE.

(2-1-2) مربع الأخطاء المطلقة mean Squared error⁽⁷¹⁾ :

$$MSE = \frac{\sum e_i^2}{n} \dots \dots \dots (3 - 46)$$

حيث نحسب MSE لكل نموذج ونعتبر النموذج الدقيق هو النموذج الذي يتمتع بأقل MSE.

ويستخدم الاختباران لمعرفة القوة التنبئية للنموذج المستخدم.

(1-2) المؤشرات النسبية:

(1-1-2) النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء mean absolute percentage error⁽⁷²⁾ :

$$MPE = \frac{\sum (e_i^2 / Y_i)}{n} \dots \dots \dots (3 - 47)$$

تستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو الموجب أو السالب، وكلما كانت

القيمة قريبة من الصفر فإن هذا يشير إلى دقة النموذج في التنبؤ.

إذن هذه المعايير تهتم إلى حد كبير بحد الخطأ العشوائي في التنبؤ بحيث تعطي

الأفضلية للنموذج ذو المؤشر الأقل (في مختلف المؤشرات السابقة الذكر)، فيتم الاعتماد عليه في التنبؤ بحجم المبيعات مباشرة إذا كان ذو قيمة أقل للمؤشرات سالفة الذكر (أي بأقل خطأ).

بعد تحديد المتغير المستقل و الذي يرشح أن له أكبر تأثير في حجم المبيعات يتم صياغة

نموذج الانحدار البسيط للمبيعات بحيث يجري قياس مدى قوة العلاقة بين المتغيرين ليتم

بعد ذلك تحديد صيغة معينة للعلاقة التي تصف الانحدار بين المتغيرين، و يلي ذلك اختبار

معنوية المعلمات للتأكد من صلاحيتها للتقدير و معنويتها الاحصائية بواسطة الخطأ المعياري

للتقدير وباستخدام التوزيع الطبيعي ثم باستخدام توزيع "ستودنت"، بعد ذلك يجري اختبار

المعنوية الإحصائية للنموذج ككل باستخدام معامل التحديد و باستخدام توزيع " فيشر".

⁷¹ - David Anderson, Dennis Sweeney and Thomas William "Quantitative Methods for Business" South Western college Publishing, Ohio, 2001, p 173.

⁷² - Donald Harnett and James Horriel "Data, Statistics and decision models with Excel" John and sons, New York, 1998, p 368.

بعد أن نتأكد من أن النموذج قد تخطى جميع هذه الاختبارات بنجاح نستخدمه في التنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة و ذلك بمعلومية قيمة المتغير المستقل للفترات اللاحقة (و لو كتوقع باحتمال كبير نوعاً ما)، كما يمكن تحديد مجال للقيمة المتنبأ بها باحتمال معين بواسطة التوزيع الطبيعي أو بواسطة توزيع "ستودنت"، وكخطوة أخيرة بالنسبة لهذا النموذج فإنه يمكن إجراء اختبارات دقة النتائج التنبؤية.

أما بالنسبة لنموذج السلسلة الزمنية للمبيعات فنقوم في البداية بالكشف عن مركبات السلسلة ثم نقوم بتحديد الشكل النموذجي العام للسلسلة الزمنية للمبيعات (حدائي، تجميعي، مختلط)، ليلي ذلك نمذجة السلسلة (نموذج اتجاه عام أو نموذج خاضع للتغيرات الموسمية)، و بعد هذه الخطوات مباشرة نجري على النموذج مختلف الإجراءات التي تمت على نموذج الانحدار البسيط لحجم المبيعات ابتداء من خطوة اختبار المعنوية للمعلومات إلى غاية خطوة اختبارات دقة النتائج التنبؤية، غير أنه في الخطوة الخاصة بالتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة يوجد اختلاف بين النموذجين كما هو موضح في ما سبق.

و بالاعتماد على مجموعة المعايير المحددة سلفاً يتم الحكم على أي النموذجين صالح دون الآخر للتنبؤ بحجم المبيعات للفترات اللاحقة، ومن أجل تطبيق مختلف هذه المعايير والتوضيح الجيد لها سنحاول أخذ أحد الأمثلة من الواقع و التي من خلالها يتم التجسيد الفعلي لكيفية استخدام النموذجين في التنبؤ و إجراء مختلف الخطوات السالفة الذكر ومن ثم الحكم على صلاحية أحد النموذجين للتنبؤ بحجم المبيعات في المؤسسة