

Chapitre 3. Dynamique de liquides réels

I Les pertes de charge :

Les pertes de charge linéaires sont dues principalement aux forces de frottement des molécules d'eau contre une paroi fixe.

Un fluide est une substance qui se déforme continuellement sous l'effet d'un effort de cisaillement :

$$\tau = \frac{F}{A}$$

F : est la force tangentielle appliquée, en newtons,

A : est la surface de cisaillement, en m²

Pour un fluide newtonien, la contrainte de cisaillement est définie par la relation suivante :

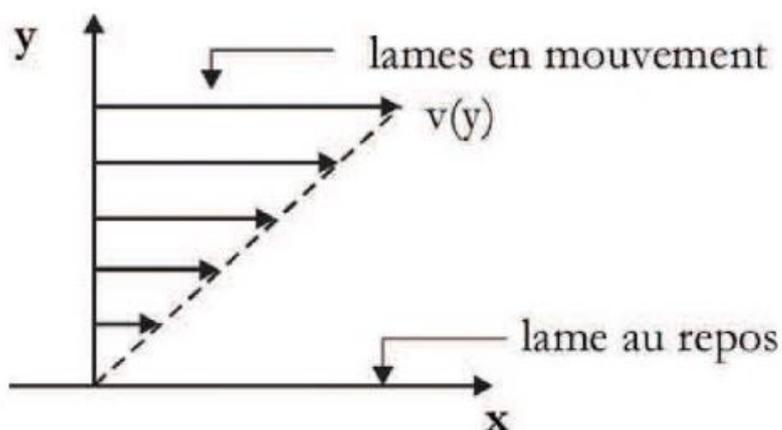
$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial y}$$

Où dV/DY est le gradient de vitesse

La viscosité dynamique μ (en pascals-secondes) exprime le degré de cohésion entre les particules d'un fluide pour résister à l'écoulement

Le rapport de la viscosité dynamique μ à la masse volumique est appelé viscosité cinématique ν (en m²/s):

$$\nu = \mu/\rho$$



Le tableau suivant fournit, pour différentes températures, la viscosité cinématique et la densité de l'eau :

Temp °C	Densité	ν m ² /s
5	1,000	1,520 x 10 ⁻⁶
10	1,000	1,308 x 10 ⁻⁶
15	0,999	1,142 x 10 ⁻⁶
20	0,998	1,007 x 10 ⁻⁶
25	0,997	0,897 x 10 ⁻⁶
30	0,995	0,804 x 10 ⁻⁶
35	0,993	0,727 x 10 ⁻⁶
40	0,991	0,661 x 10 ⁻⁶
50	0,990	0,556 x 10 ⁻⁶
65	0,980	0,442 x 10 ⁻⁶

I.1 Formulation générale de la perte de charge :

Nous proposons de calculer la perte de charge par frottement h_f à l'aide de la formule générale suivante :

$$h_f = KL \frac{Q^n}{D^m}$$

K, n et m sont des constantes,

L est la longueur de la conduite (m),

D est le diamètre de la conduite (m),

Q est le débit (m³/s).

La forme suivante de la formule de Darcy-Weissbach est :

$$h_f = 0,0827 f L \frac{Q^2}{D^5}$$

Lorsqu'on doit travailler avec la vitesse d'écoulement plutôt qu'avec le débit, on utilise :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Le coefficient de frottement f dépend du nombre de Reynolds Re qui est défini comme suit :

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

D est le diamètre de la conduite,

V est la vitesse moyenne d'écoulement,

ρ est la masse volumique du liquide,

μ est la viscosité dynamique du liquide,

ν est la viscosité cinématique du liquide

Rappelons que l'ordre de grandeur de Re est un indicateur du type d'écoulement. Lorsque $Re < 2400$, l'écoulement est laminaire. Lorsque $Re > 5000$, l'écoulement est turbulent. Entre ces deux limites, l'écoulement est transitoire

Lorsque l'écoulement est turbulent, la formule générale de Colebrook (1939)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

Lorsque le régime d'écoulement est laminaire, on peut démontrer que le coefficient de frottement f ne dépend que du nombre de Reynolds par la relation :

$$f = \frac{64}{Re}$$

I.2 Pertes de charges singulières :

Les singularités hydrauliques sont présentes dans tous les réseaux. Il peut s'agir de coudes, clapets, vannes, chutes, changements de pente ou de section, entrée ou sortie d'un réservoir, grilles, branchements et bifurcations, regard... Toutes ces singularités sont

responsables d'une dissipation d'énergie par turbulence qui affecte l'écoulement. Dans beaucoup de situations où le système hydraulique analysé est très étendu et les singularités hydrauliques sont modérées, les pertes de charge singulières peuvent être négligées par rapport aux pertes de charge linéaires par frottement. Dans d'autres situations, les pertes de charge singulières deviennent très importantes, voire même prépondérantes par rapport aux pertes de charge linéaires et ne peuvent plus être négligées.

D'une manière générale, les pertes de charge singulières peuvent être estimées à l'aide de la formule suivante :

$$h_s = K \frac{V^2}{2g}$$

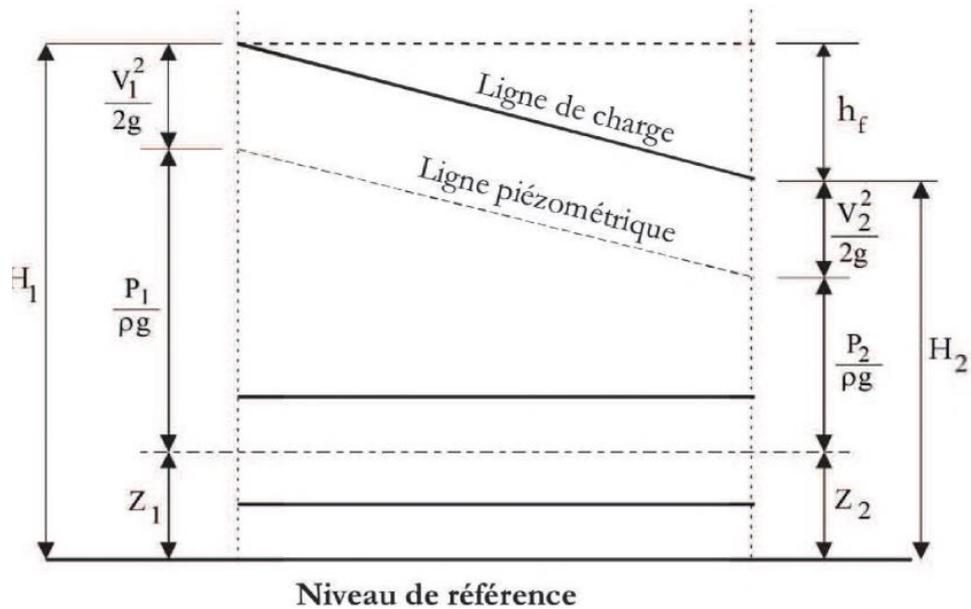
K est une constante qui dépend du type de singularité.

II Equation de Bernoulli généralisée

L'équation de Bernoulli exposée précédemment peut être appliquée pour un tronçon de conduite très court sur lequel on peut supposer que les pertes de charge par frottement sont faibles.

D'une manière générale, les pertes de charge ne peuvent pas être négligées et il faut par conséquent généraliser l'équation. Désignons par h_f la perte de charge par frottement par unité de poids de liquide entre les points 1 et 2 de la figure suivante. L'équation de Bernoulli corrigée se présente sous la forme suivante :

$$H_1 = H_2 + h_f$$



Par ailleurs, dans tout système hydraulique, il existe un certain nombre de singularités qui produisent des pertes de charge locales par turbulence (coudes, vannes, changements de diamètre...). Afin de prendre en considération ces différentes pertes de charge h_s , l'équation se complète comme suit :

$$H_1 = H_2 + h_f + \sum h_s$$

Finalement, la présence de pompes entre les points 1 et 2 fournit au système hydraulique une hauteur manométrique H_p alors que les turbines consomment une hauteur H_T , de telle sorte que l'équation se généralise sous l'une des formes :

$$H_p + H_1 = H_2 + h_f + \sum h_s$$

Où

$$H_1 = H_2 + h_f + \sum h_s + H_T$$