

### III Théorème de Bernoulli :

Comme pour la masse, la loi de conservation de l'énergie exprime le principe que l'énergie ne peut être ni créée ni anéantie. Elle ne peut être que transformée d'une forme à une autre.

Le théorème de Bernoulli exprime la conservation d'énergie dans un écoulement permanent, unidimensionnel, incompressible d'un liquide idéal (sans dissipation d'énergie). Il s'écrit entre deux sections quelconques d'une ligne de courant sous la forme suivante :

$$H_1 = H_2$$

Ou plus explicitement l'équation (1) :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Il est important d'avoir à l'esprit les hypothèses de départ qui ont permis d'aboutir à une formule ou à une équation. Si dans un contexte donné une des hypothèses n'est pas vérifiée, l'utilisation d'une telle formule ou équation peut être erronée car la solution obtenue peut devenir aberrante. Examinons les quatre hypothèses qui sont à la base du théorème de Bernoulli.

1) Hypothèse 1 : Ecoulement permanent.

L'hypothèse de l'écoulement permanent signifie qu'aucune grandeur qui figure dans l'équation (1) ne dépend du temps. Si cette hypothèse n'était plus vérifiée, en totalité ou avec une bonne approximation, un terme additionnel traduisant cette non permanence devrait être pris en considération.

L'équation de Bernoulli s'écrirait dans ce cas :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int \frac{\partial V}{\partial t} dx$$

2) Hypothèse 2 : Ecoulement unidimensionnel et unidirectionnel.

L'hypothèse de l'écoulement unidimensionnel et unidirectionnel signifie que l'écoulement possède une seule composante de la vitesse  $V_x$  qui varie uniquement dans la direction d'écoulement  $x$ . En fait, cette deuxième hypothèse n'est jamais strictement vérifiée car la vitesse varie aussi dans la direction transversale de l'écoulement. Au contact des parois, la condition d'adhérence se traduit par une vitesse nulle. La vitesse augmente avec la distance par rapport aux parois pour atteindre une valeur maximale au centre de la conduite. Pour remédier à ce problème, on prend en considération la vitesse moyenne d'écoulement et on introduit un coefficient de correction de l'énergie cinétique a sous la forme suivante :

$$H_t = Z + \frac{P}{\rho g} + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{AV^3}$$

3) Hypothèse 3 : écoulement incompressible.

En hydraulique, où la matière d'intérêt est principalement l'eau, l'hypothèse de l'écoulement incompressible peut être considérée comme satisfaite dans la plupart des applications

4) Hypothèse 4 : liquide idéal.

Le liquide idéal n'existe pas. Tous les liquides, en particulier l'eau, possèdent une viscosité qui génère des forces de frottement.