الحصة 6: تمارين على التنبؤ باستخدام نماذج التلميس الأسي

أهداف الحصة 6

1. استيعاب فكرة نموذج التلميس الأسي البسيط ودور معامل التلميس α وتطبيقه مع قياس دقة التنبؤ.
2. التعرّف على حدود صلاحية النموذج والتمييز بين الحالات التي يتطلّب فيها الانتقال إلى نماذج أكثر تطورًا بسبب وجود اتجاه واضح.
3. فهم صياغة نموذج براون المزدوج وتمثيله للمستوى والاتجاه من خلال سلسلتين ملساوين وتطبيق معادلاته العامة.
4. تدريب الطالب على استعمال النموذج للتنبؤ في السلاسل ذات الاتجاه الخطي ومقارنة دقته مع التلميس الأسي البسيط لبيان أثر إدخال مكوّن الاتجاه.

تمرين 1

س1: ما الهدف الأساسي من استخدام نموذج التمهيد الأسي البسيط في تحليل السلاسل الزمنية؟

أ- التنبؤ بقيم مستقبلية مع إعطاء وزن أكبر للمشاهدات الأحدث.
ب-استبدال الحاجة إلى جمع بيانات تاريخية طويلة للسلسلة الزمنية.
ت-تقسيم السلسلة الزمنية إلى مكوناتها من اتجاه وموسمية ودورة.
ث-اكتشاف العلاقات السببية بين متغيرين في السلسلة الزمنية.

س2: أي من الحالات التالية يُفضل فيها استخدام نموذج التمهيد الأسي المزدوج بدلا من التمهيد الأسي البسيط؟

أ- عندما تكون السلسلة الزمنية ذات نمط موسمي قوي فقط بدون اتجاه طويل الأجل
ب-عندما تكون السلسلة الزمنية ثابتة حول متوسط ثابت دون اتجاه واضح
ت-عندما تحتوي السلسلة الزمنية على ضوضاء عشوائية فقط بدون أي بنية يمكن ملاحظتها
ث-عندما تظهر في السلسلة اتجاه خطي تصاعدي أو تنازلي واضح بدون موسمية

س3: في نموذج التمهيد الأسي البسيط، ما التأثير العام لاختيار قيمة عالية لمعامل التمهيد α قريبة من 1؟

أ- يؤدي إلى إنتاج سلسلة ملساء جدا بحيث تختفي تقريباً جميع التقلبات قصيرة الأجل
ب-يلغي تأثير المشاهدات التاريخية تماما بحيث يعتمد التنبؤ فقط على آخر قيمة مرصودة
ت-يجعل التنبؤات أكثر استجابة للتغيرات الحديثة لكنه يزيد من حساسية النموذج للتقلبات العشوائية

ث-يجعل التنبؤات أقل استجابة للتغيرات الحديثة وأكثر اعتمادا على الماضي البعيد

س4: أي من العبارات التالية يصف بشكل أدق خاصية "التناقص الأسي للأوزان" في التمهيد الأسي؟

أ- الأوزان تزداد كلما كانت المشاهدة أبعد في الماضي لتعزيز الاستقرار
ب-الأوزان تُمنح فقط لآخر ثلاث مشاهدات ويتم تجاهل ما قبلها تماما
ت-الأوزان الممنوحة للمشاهدات تقل تدريجيا مع الابتعاد في الزمن وفق نمط أسي
ث-الأوزان الممنوحة لجميع المشاهدات السابقة متساوية عبر الزمن

س5: أي من العبارات التالية يوضح فرقا أساسيا في الفرضيات بين نموذج التمهيد الأسي البسيط ونموذج التمهيد الأسي المزدوج؟

أ- التمهيد البسيط والتمهيد المزدوج يشتركان في جميع الفرضيات ولا يوجد فرق في البنية
ب-التمهيد البسيط يفترض عدم وجود اتجاه واضح، بينما التمهيد المزدوج يفترض وجود اتجاه خطي يمكن تقديره
ت-التمهيد البسيط يفترض موسمية قوية، بينما التمهيد المزدوج يفترض غياب الموسمية
ث-التمهيد البسيط يفترض وجود اتجاه خطي، بينما التمهيد المزدوج يفترض عدم وجود اتجاه

س6: عند مقارنة نماذج التمهيد الأسي بنماذج الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بسلسلة زمنية ذات اتجاه، أي عبارة تعد أكثر دقة؟

أ- التمهيد الأسي المزدوج يمكنه تمثيل اتجاه خطي متغير بمرور الزمن، بينما الانحدار الخطي يفترض ثبات الميل عبر العينة
ب-التمهيد الأسي المزدوج أكثر تعقيدا دائما ولا يمكن استخدامه مع بيانات حقيقية

ت-الانحدار الخطي والتمهيد الأسي البسيط متطابقان تماما في الفرضيات والبنية

ث-التمهيد الأسي لا يمكنه أبدا تمثيل الاتجاه، بينما الانحدار الخطي مصمم لذلك

تمرين 1: من خلال استخدام نموذج التنبؤ للتلميس البسيط تنبأ بالفترة السابعة للسلسلة الزمنية في الجدول 1 عندما $\alpha = 0,1 ; 0,2 ; 0,9$ كما يلي:

	y_t
1	25
2	40
3	50
4	55
5	45
6	40

فسّر النتائج.

تمرين 2: المطلوب التنبؤ بالفصول الأربعة لسنة 2024 باستخدام نموذج التلميس الأسي لبراون

	الفترة	y_t
2021	T1	228,00
	T2	416,00
	T3	276,00
	T4	348,00
2022	T1	260,00
	T2	236,00
	T3	171,00
	T4	189,00
2023	T1	67,00
	T2	260,00
	T3	236,00
	T4	478,00

تصحيح تمارين الحصة 6

التمرين 1

ج1: الهدف الأساسي من استخدام نموذج التمهيد الأسي البسيط في تحليل السلاسل الزمنية هو:

ج- التنبؤ بقيم مستقبلية مع إعطاء وزن أكبر للمشاهدات الأحدث.

ج2: الحالة التي يُفضل فيها استخدام نموذج التمهيد الأسي المزدوج بدلا من التمهيد الأسي البسيط هي:

ج- عندما تظهر في السلسلة اتجاه خطي تصاعدي أو تنازلي واضح بدون موسمية.

ج3: في نموذج التمهيد الأسي البسيط، التأثير العام لاختيار قيمة عالية لمعامل التمهيد α قريبة من 1:

ج- يجعل التنبؤات أكثر استجابة للتغيرات الحديثة لكنه يزيد من حساسية النموذج للتقلبات العشوائية.

ج4: العبارة التي تصف بشكل أدق خاصية "التناقص الأسي للأوزان" في التمهيد الأسي:

ج- الأوزان الممنوحة للمشاهدات تقل تدريجيا مع الابتعاد في الزمن وفق نمط أسي.

ج5: العبارة التي توضح فرقا أساسيا في الفرضيات بين نموذج التمهيد الأسي البسيط ونموذج التمهيد الأسي المزدوج هي:

ج- التمهيد البسيط يفترض عدم وجود اتجاه واضح، بينما التمهيد المزدوج يفترض وجود اتجاه خطي يمكن تقديره.

ج6: عند مقارنة نماذج التمهيد الأسي بنماذج الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بسلسلة زمنية ذات اتجاه، العبارة التي تعد أكثر دقة:

ج- التمهيد الأسي المزدوج يمكنه تمثيل اتجاه خطي متغير بمرور الزمن، بينما الانحدار الخطي يفترض ثبات الميل عبر العينة.

التمرين 2

	y_t	$\hat{y}_t$ $\alpha = 0{,}1$	$e_t = y_t - \hat{y}_t$	$\hat{y}_t$ $\alpha = 0{,}3$	$e_t = y_t - \hat{y}_t$	$\hat{y}_t$ $\alpha = 0{,}9$	$e_t = y_t - \hat{y}_t$
1	25	25	0,00	25	0,00	25	0,00
2	40	26,50	13,50	29,50	10,50	38,50	1,50
3	50	28,85	21,15	32,65	17,35	39,85	10,15
4	55	31,47	23,54	34,86	20,15	39,99	15,02
5	45	32,82	12,18	36,40	8,60	40,00	5,00
6	40	33,54	6,46	37,48	2,52	40,00	0,00
7		30,18		38,24		40,00	

- في هذه السلسلة هناك تغيرات سريعة (ارتفاع قوي ثم انخفاض)، لذلك القيم الصغيرة لألفا (0.1) تعطي تنبؤات بطيئة متأخرة عن الواقع وتنتج أخطاء كبيرة في معظم الفترات.
- القيمة المتوسطة (0.3) تحسن النتائج لكنها تظل أبطأ من قيمة 0.9، لذلك أخطاؤها أقل من 0.1 لكن أكبر من 0.9 في معظم الصفوف.
- القيمة الكبيرة (0.9) هي الأكثر ملاءمة لهذه البيانات في الجدول، التنبؤات قريبة من القيم الفعلية، والفرق $y_t - \hat{y}_t$ أصغر في أغلب الفترات، خاصة 2 إلى 6.

حل التمرين 2

نتنبأ بقيم الظاهرة من خلال العلاقة:

أثر المتوسطات ← $y_t = 2S_t - SS_t$, $y_t - S_t = S_t - SS_t$

يُطبق نموذج التلميس الأسي لبراون على السلسلة الزمنية التي تحتوي على اتجاه وصياغتها كالاتي:

$$y_t = a_{0t} + a_{1t}t$$

بحيث:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha)SS_{t-1}$$

$$a_{0t} = 2S_t - SS_t \quad ,$$

$$a_{1t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t)$$

يعطى التنبؤ للآفاق h بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + a_{1t}h$$

$$\alpha = 0{,}2 \qquad (1-\alpha) = 0{,}8$$

تحديد القيم الابتدائية:

$$y_0 = a_{00} + a_{10} \times 0 = 228 \, , y_0 = a_{00} = 228 \, , \quad a_{10} = 0$$

$$y_t - S_t = S_t - SS_t \, , \quad a_{10} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_0 - SS_0) = 0 \Rightarrow S_0 = SS_0$$

$$y_0 = 2S_0 - SS_0 = S_0 = 228 = SS_0$$

$$\hat{y}_1 = a_{00} + a_{10} = 228 + 0 = 228$$

حساب التلميس الأول للفصل الثاني من السنة الأولى:

$$S_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)S_0 = 0{,}2 \times 416 + 0{,}8 \times 228 = 265{,}6$$

$$SS_1 = \alpha S_1 + (1-\alpha)SS_0 = 0{,}2 \times 265{,}6 + 0{,}8 \times 228 = 235{,}52$$

$$a_{01} = 2S_1 - SS_1 = 2 \times 265{,}6 - 235{,}52 = 295{,}68,$$

$$a_{11} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_1 - SS_1) = 0{,}25(265{,}6 - 235{,}52) = 7{,}52$$

$$\hat{y}_2 = a_{01} + a_{11} = 295{,}68 + 7{,}52 = 303{,}2$$

.

.

.

$$\hat{y}_{11} = 204{,}52 + (-3{,}71) = 200{,}82$$

h=1

$$\hat{y}_{t+h} = 300{,}6 + 7{,}38h = 300{,}6 + 7{,}38 \times 1 = 307{,}98$$

h=2

$$\hat{y}_{t+2} = 300{,}6 + 7{,}38 \times 2 = 315{,}36$$

h=3

$$\hat{y}_{t+3} = 300{,}6 + 7{,}38 \times 3 = 322{,}74$$

		y_t	a_{0t}	a_{1t}	s	SS	التنبؤ
1	T1	228,00	228,00	0,00	228,00	228,00	
	T2	416,00	295,68	7,52	265,60	235,52	228,00
	T3	276,00	293,41	6,43	267,68	241,95	303,20
	T4	348,00	317,18	8,36	283,74	250,31	299,84
2	T1	260,00	301,94	5,74	279,00	256,05	325,54
	T2	236,00	281,88	2,87	270,40	258,92	307,68
	T3	171,00	243,80	-1,68	250,52	257,24	284,74
	T4	189,00	222,99	-3,80	238,21	253,43	242,12
3	T1	67,00	164,40	-9,89	203,97	243,54	219,19
	T2	260,00	192,49	-5,67	215,18	237,87	154,51
	T3	236,00	204,52	-3,71	219,34	234,16	186,81
	T4	478,00	300,60	7,38	271,07	241,54	200,82
4	1						**307,98**
	2						**315,36**
	3						**322,74**
	4						**330,12**