تصحيح تمارين الحصة 4

تمرين 1

ج1: الهدف من تحليل التباين للكشف عن الموسمية

- الهدف هو اختبار ما إذا كانت الفروق بين المتوسطات الموسمية (مثل الفصول أو الأشهر) ذات دلالة إحصائية، أي التحقق من وجود تأثير موسمي منتظم في السلسلة الزمنية.
- يتم ذلك بالمقارنة بين تباين بين الفترات الموسمية وتباين داخلها بواسطة إحصاء F واختبار فرضية عدم وجود موسمية.

ج2: الغرض من جدول بايز بالوت

- جدول بايز بالوت (Buys-Ballot) يُعدّ لترتيب القيم حسب السنوات (صفوف) والفترات داخل السنة (أعمدة) بهدف فحص وجود الاتجاه والموسمية بصرياً وحسابياً.
- من خلال المتوسطات حسب الصفوف والأعمدة يمكن تقدير الاتجاه العام، واختبار تجانس المتوسطات الموسمية، ومن ثمّ الكشف عن الموسمية واستقرار السلسلة.

الاختيار الصحيح للسؤال المتعدد:

- الجواب هو د) جميع ما سبق لأن الجدول يُستعمل في الكشف عن الاتجاه والموسمية ودرجة الاستقرار معاً.

ج3: الطرق الأساسية لتقدير الاتجاه العام

- طريقة المتوسطات المتحركة Moving Averages لتنعيم السلسلة وإبراز الاتجاه طويل الأجل.
- نماذج الانحدار Regression Models (مثل انحدار خطي على الزمن أو انحدار متعدد الحدود) لتقدير معادلة رياضية للاتجاه.

- كما تُذكر أيضاً طريقة الفروق/التفاضل Differencing عندما يُراد إزالة الاتجاه في نماذج السلاسل مثل ARIMA.

ج4: استخراج المركبة الموسمية في نموذج جدائي عملياً

في النموذج الجدائي يكون الشكل $Y_t = T_t \times S_t \times E_t$.

الخطوات العملية لاستخراج S_t هي تقريباً:

1. تقدير الاتجاه T_t أولاً (مثلاً بالمتوسطات المتحركة أو الانحدار).
2. حساب نسب Y_t/T_t لكل فترة زمنية للحصول على سلسلة «منزوعة الاتجاه» التي تحتوي على الموسمية والضوضاء.
3. تجميع هذه النسب حسب الفترات داخل السنة (أشهر، فصول...) وأخذ المتوسط لكل فترة للحصول على المؤشرات الموسمية الخام.
4. في العادة تُطبَّق عملية تطبيع بحيث يكون متوسط المؤشرات الموسمية مساوياً لـ 1 (أو مجموعها مساوياً لعدد الفترات) ثم تُستخدم هذه المؤشرات كمركبة موسمية في النموذج الجدائي.

تمرين 2 الكشف عن مكونات السلسلة الزمنية:

1- إنشاء جدول Ballot-Buysللمبيعات الفصلية:

	2019	2020	2021	2022	2023	2024
الفصل 1	148	200	318	340	365	375
الفصل 2	192	255	310	355	370	395
الفصل 3	230	280	330	350	380	400
	550	600	700	800	1100	1130
$\bar{x}_{i.} =$	280,00	333,75	414,50	461,25	553,75	575,00
$(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2$	24454,70	10532,92	478,73	618,52	13775,72	19215,50

$$\bar{x}_{..} = \frac{\sum_1^{24} x_t}{24} = 436{,}38$$

$$S_T = S_A + S_P + S_R = \sum_1^{24} (x_t - \bar{x}_{..})^2 = 1545761{,}63$$

$$\sum(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = 69076{,}09$$

$$S_A = \mathrm{P} \times \sum(\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = 4 \times 69076{,}09 = 276304{,}36$$

$\bar{x}_{.j} =$	$(\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2$
291,00	21135,34
312,83	15263,78
328,33	11674,08
813,33	142093,82
$\sum(\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 =$ 190167,02	

$$S_P = \mathrm{N} * \sum(\bar{\mathrm{x}}_{.\mathrm{j}} - \bar{\mathrm{x}}_{..})^2 = 6 * 190167{,}02 = 1141002{,}12$$

$$S_R = S_T - S_A - S_P = 128455{,}15$$

- اختبار تأثير الاتجاه العام:

لتكن الفرضيتين التاليتين:

H_0: لا يوجد اتجاه عام.

H_1: يوجد اتجاه عام.

حساب معلمة Fisher التجريبية بالعلاقة التالية:

$$F_C = \frac{\frac{S_A}{N-1}}{\frac{S_R}{(N-1)\times(P-1)}} = \frac{\frac{276304{,}36}{5}}{\frac{128455{,}15}{15}} = 6{,}45$$

$$F_{v_1,v_2}^{\alpha} \Rightarrow \left\{\alpha = 0{,}05\ ; \quad \begin{matrix} v_1 = N-1 \\ v_2 = (N-1)(p-1) \end{matrix}\right.$$

$$F_{5,15}^{0,05} = 2{,}9 < F_C = 6{,}45$$

نرفض الفرضية العدمية H_0 وبالتالي فإنّ السلسلة الزمنية تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

- اختبار تأثير الموسمية:

H_0: لا يوجد تغيرات موسمية.

H_1: يوجد تغيرات موسمية.

حساب معلمة Fisher التجريبية بالعلاقة التالية:

$$F_C = \frac{\frac{S_P}{P-1}}{\frac{S_R}{(N-1)\times(P-1)}} = \frac{\frac{1141002,12}{3}}{\frac{128455,15}{15}} = 44,41$$

ومقارنته مع F_{TAB} الجدولية. درجة المعنوية تعطى بالشكل التالي:

$$F_{v_1.v_2}^{\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0,05 \text{ و } \begin{matrix} v_1 = p-1 = 3 \\ v_2 = (N-1)(p-1) = 15 \end{matrix} \end{cases}$$

$$F_{3,15}^{0,05} = 3,29$$

بما أنّ $F_{3,15}^{0,05} < F_C$ نرفض الفرضية العدمية H_0 و هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية تتأثر بالتغيرات الموسمية.

حل التمرين3:

الكشف عن الاتجاه العام والموسمية باستخدام اختبار Buys-Ballot

جدول1-22: مثال على إنشاء جدولBuys-Ballot للمبيعات ربع السنوية

	T1	T2	T3	T4	Xi.	$\delta_{i.}$
2000	40	39	45	22	36,5	10,02
2001	49	46	35	18	37	14,02
2002	52	48	38	15	38,25	16,58
2003	26	28	33	37	31	4,97
2004	29	39	42	17	31,75	11,30
2005	52	64	48	13	44,25	21,91
2006	39	31	42	26	34,5	7,33
2007	50	48	46	16	40	16,08
2008	59	69	10	13	37,75	30,61
X.j	44,00	45,78	37,67	19,67	X..=36,78	
$\delta_{.j}$	11,20	13,73	11,52	7,75		

نجد النتائج التالية: p=4, n=9

$$x_{..} = \frac{1}{n * p}\sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 36{,}78$$

جدول1-23: حساب متوسطات الفترة j و السنة i للمبيعات ربع السنوية

Xi.	X.j
36,5	44
37	45,78
38,25	37,67
31	19,67
31,75	
44,25	
34,5	
40	
37,75	

$$S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - x_{..})^2 = 7894{,}22$$

$$S_A = P\sum_{j}^{p}(x_{i.} - x_{..})^2 = 533{,}22$$

$$S_P = N\sum_{j}^{n}\left(x_{.j} - x_{..}\right)^2 = 3840{,}1$$

$$S_R = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2 = 3520{,}9$$

أ-اختبار الموسمية:

$$F_c = \frac{\frac{S_p}{3}}{\frac{S_R}{24}} = 8{,}7253$$

نقارنها بـ $F_{3;24}^{0,05} = 3{,}01$ احصائية فيشر الحسابية أكبر من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية تحتوي على موسمية.

ب-اختبار الاتجاه:

$$F_c = \frac{\frac{S_A}{8}}{\frac{S_R}{24}} = 0{,}4543$$

نقارنها بـ $F_{8;24}^{0,05} = 2{,}36$ احصائية فيشر الحسابية أقل من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية لا تحتوي على اتجاه.