## أهداف الفصل الثالث

-التعرف على خصائص السلسلة الزمنية المستقرة وعملية التشويش الأبيض.
- التعرف على السلاسل الزمنية غير المستقرة من النوع DS وTS.
-معرفة خصائص دالتي الارتباط الذاتي البسيط (FAC) والجزئي(FAP) .
-حساب معاملات الارتباط الذاتي البسيط (FAC) والجزئي(FAP) .
-تفسير les corrélogrammes.
-تشخيص عدم الاستقرار
-التفريق بين عدم الاستقرار للاتجاه المحدد وبين العشوائي
-تقديم اختبارات جذر الوحدة (ديكي-فولر، ديكي-فولر المعزز، فيليبس-بيرون، إلخ).
-تطبيق الطريقة الصحيحة للاستقرارية.

## المفاهيم الرئيسية

الاستقرار.
نموذج السير العشوائي
عدم الاستقرار في المتوسط وعدم الاستقرار في التباين
البحث عن جذر الوحدة
اختبار الفرضيات.

**تمهيد:**

أهمية معالجة البيانات في القياس الاقتصادي تأتي من حاجة الاقتصاديين والباحثين إلى استخدام البيانات لفهم الظواهر الاقتصادية واتخاذ القرارات الاقتصادية الصحيحة. من خلال معالجة البيانات، يمكن تحليل البيانات الاقتصادية المتنوعة، مثل الناتج المحلي الإجمالي، معدلات البطالة، التضخم، وغيرها، لفهم أداء الاقتصاد وتطوره.

المعالجة الصحيحة للبيانات في القياس الاقتصادي يمكن أن تؤدي إلى تحليل دقيق وموثوق به للوضع الاقتصادي، وبالتالي تقديم توجيهات وتوصيات فعالة للسياسات الاقتصادية. بالإضافة إلى ذلك، يمكن استخدام معالجة البيانات لإجراء تنبؤات وتقديرات بشأن الاتجاهات الاقتصادية القادمة، مما يمكن الأفراد والمؤسسات من اتخاذ القرارات الاقتصادية الصائبة.

تتمثل معالجة البيانات في دراسة الاستقرارية وتحليل دوال الارتباط الذاتي التي تعتبر من المفاهيم الرئيسية لتحليل وفهم السلاسل الزمنية في الاحصاءات.

يعد الارتباط الذاتي مفهومًا بالغ الأهمية في تحليل السلاسل الزمنية والذي يمكن أن يوفر معلومات قيمة حول سلوك المتغير بمرور الوقت، ومن خلال فهم طبيعة الارتباط الذاتي وتأثيره على النماذج الإحصائية، يمكن للمحللين إجراء تنبؤات أكثر دقة واتخاذ قرارات أفضل بناءً على بيانات السلاسل الزمنية.

بشكل عام، يمكن القول إن معالجة البيانات في القياس الاقتصادي تعتبر أساسية لفهم الاقتصاد واتخاذ القرارات الاقتصادية الصائبة والمستنيرة.

**3-1استقرارية السلاسل الزمنية:**

من أجل فهم مفهوم جذر الوحدة والارتباط الذاتي في السلاسل الزمنية المستقرة بشكل كامل، يجب فهم ما معنى السلاسل الزمنية المستقرة؟

يعتبر استقرار السلاسل الزمنية أحد الشروط الضرورية عند دراسة السلاسل الزمنية خاصة بعدما أثبتت عدّة دراسات أنّ غياب الاستقرارية في السلاسل الزمنية قد يسبب عدّة مشاكل قياسية ممّا قد يجعل النتائج مضلّلة، الاستقرار مهم جدّا في تحليل السلاسل الزمنية لأن العديد من النماذج والتقنيات المستخدمة في هذا المجال تعتمد على افتراض الاستقرارية.

**تعريف الانحدار الزائف:** هو انحدار يقدّر العلاقة بين متغير أو متغيرات مستقرّة وأخرى غير مستقرّة، ممّا يؤدي إلى نتائج زائفة ومضلّلة عن نتائج جودة النموذج المقدَّر. ولمنع الانحدار الزائف يجب اتباع الخطوات التالية:

- اختبار الاستقرارية.
- التحقق من السياق الاقتصادي والنظري للعلاقة بين المتغيرين المدروسين.

- استخدام نماذج احصائية متقدمة تأخذ في الاعتبار العوامل المؤثرة الأخرى.

**3-1-1الكشف عن الانحدار الزائف:** يتم الكشف عن الانحدار الزائف بعد تقدير انحدار المتغير التابع $y_t$ وهو غير مستقر على المتغير المستقل$x_t$ وهو غير مسقر سنجد إحصاءة Durban-Watson لاختبار وجود الارتباط الذاتي قوية من الدرجة الأولى ووفقا لGranger وNewbold فإنّ $R^2$ >d معامل التحديد $R^2$ الذي يبين نسبة العلاقة بين$y_t$ و $x_t$ يكون أكبر من إحصاءة d لـ Durban-Watson، هذا لاكتشاف أن الانحدار المقدّر هو انحدار زائف.

**مثال:** يمثل الجدول 2-1 نتائج تقدير الانحدار البسيط لـ $y_t$على $x_t$حيث:$= y_t$ $y_{t-1} + \varepsilon_t$

و $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ وهما غير مستقرتان.

الجدول 3-1: تقدير انحدار لـ $y_t$على $x_t$

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 04/04/24 Time: 11:16
Sample: 2015 2023
Included observations: 9

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| X | 0.337600 | 8.87E-16 | 3.80E+14 | 0.0000 |
| C | -13.25560 | 1.01E-13 | -1.31E+14 | 0.0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | 1.000000 | Mean dependent var | 24.99260 |
| Adjusted R-squared | 1.000000 | S.D. dependent var | 3.521680 |
| S.E. of regression | 2.62E-14 | Sum squared resid | 4.80E-27 |
| F-statistic | 1.45E+29 | Durbin-Watson stat | 0.652202 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | |

المصدر: من إعداد الأستاذة بالاعتماد على مخرجات Eviews 13

نلاحظ أن $x_t$له معنوية احصائية عالية ومن هنا نستنتج أن هناك علاقة احصائية بين $x_t$ و $y_t$لكن هذا هو مضمون فكرة ظاهرة الانحدار الزائف (الذي ليس له معنى) بحيث معامل التحديد $R^2 = 1$هو أكبر من إحصاءه Durban-Watson .d=0.65

**3-1-2 خصائص استقرارية السلاسل الزمنية:**

تشير إلى الحالة التي يكون فيها سلوك سلسلة زمنية ثابتا عبر الزمن و هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية لا تتبع أي اتجاه أو تغير نمطي مع مرور الزمن و تظل محدّدة على نحو ثابت.

**3-1-2-1عدم وجود اتجاه:** في السلاسل الزمنية المستقرّة لا يوجد اتجاه ملحوظ يشير إلى تزايد أو انخفاض في القيم عبر الزمن.

**3-1-2-2 عدم وجود تأثيرات نمطية:** في السلاسل الزمنية المستقرّة لا تظهر أي تأثيرات نمطية أو تغيير دوري أو تكرار في البيانات.

**3-2-1-3 استقرار الانحراف المعياري:** يعني الانحراف المعياري[1] للسلسلة الزمنية ثابتا عبر الزمن.

**3-2-1-4 استقرار المتوسّط:** يعني أنّ المتوسّط الحسابي للسلسلة الزمنية ثابتا عبر الزمن.

يوجد نوعين من الاستقرارية:[2]

- الاستقرارية بالمعنى التام (الاستقرارية القوية) (Strictly stationary): تكون السلسلة الزمنية $(Y_t)$مستقرة بشكل تام عندما تتحقق الشروط التالية:[3]

التوقع الرياضي للسلسلة ثابت ومستقل عن الزمن:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu \quad \forall\, t \text{ و } \forall\, k$$

التباين ثابت ومستقل عن الزمن:

$$var(Y_t) = var(Y_{t+k}) = \sigma^2$$

التباين المشترك مستقل عن الزمن:

$$cov(Y_t, Y_{t+k}) = cov(Y_{t+k}, Y_{t+k+s})$$

- الاستقرارية الضعيفة (weak stationary): تكون السلسلة الزمنية مستقرة بشكل ضعيف إذا كانت عزوم الرتبة 1 والرتبة 2 فقط ثابتة. على سبيل المثال، إذا كان $E(Y_t^3)$ يعتمد على الزمن t، فإن السلسلة تكون مستقرة بشكل ضعيف[4].

فإذا كانت السلسلة الزمنية تحقِّق الشروط التالية من أجل $t = 1,2, \dots \infty$:

$$* \; E(y_t) = \mu \,, E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2 < \infty, E(y_{t1} - \mu)$$
$$(y_{t2} - \mu) = y_{t2-t1}$$

يقال أنّ استقرارها ضعيف .(Brooks, 2014)

- التشويش الأبيض (White Noise): لتكن السلسلة الزمنية $\varepsilon_t$ ، $t \in T$ إذا كان $t_1 < t_2 < t_3 \dots . t_n$ المتغيرات العشوائية الحقيقية... $y_{t2} - y_{t1}$, $y_{tn} - y_{tn-1}$.. (الفروقات الأولى) هي مستقلة، إنّها سلاسل زمنية ذات زيادات مستقلة مستقرة.

---

[1] الانحراف المعياري: يقيس درجة تشتت القيم حول المتوسّط

[2] Régis Bourbonnais, Virginie Terraza : »Analyse des series temporelles-5e édition, Cours et excercices corrigés-Applications à l'économie et à la gestion, Eco sup ,2022 Dunod

[3] Régis Bourbonnais - Économétrie - 10e éd. - Cours et exercices corrigés_ Cours et exercices corrigés (Éco Sup) (French Edition)-DUNOD (2018), p258.

[4] Régis Bourbonnais, Michel TerrazaM : « Analyse des séries temporelles » - 4e éd. (z-lib.org),p85 .

نقول أنّ السلسلة الزمنية $y_t$ ، $t \in T$ لها زيادات مستقلة مستقرة إذا كان قانون الاحتمال لـ $(y_{t+h} - y_t)$ مهما يكن $h \in T$ لا يرتبط بالزمن.
التشويش الأبيض هو عملية عشوائية ذات زيادات غير مترابطة وتسمى تشويش أبيض قوي إذا كانت الزيادات مستقلة، وبالتالي فهي من المتغيرات العشوائية الحقيقية المتجانسة والمستقلة وتسمى أيضا (iid) (عملية مستقلة تتكون من متغيرات مستقلة وموزعة بشكل متماثل. أحيانا يُشار إليه بـ(nid) عندما يكون موزَّع بشكل طبيعي ومتماثل وبالتالي التشويش الأبيض يكون على الشكل التالي:

$$E(y_t) = \mu \quad \forall t \in T, V(y_t) = \sigma^2 \ \forall t \in T,$$
$$cov(y_t, y_{t+k}) = \gamma_y = 0 \ \forall t \in T, \forall k \in T$$

إذا $E(y_t) = 0$ يكون التشويش الأبيض ممركز.
العمليات (*iid*)، (*nid*) هي بالضرورة مستقرة لكن كل السلاسل الزمنية المستقرة ليست (*iid*) أو (*nid*) فهي تكون مستقرة ذات ذاكرة وهذا يعني أنّه يوجد قانون توليد داخلي للسلسلة التي يمكن نمذجتها.

### 2-3 السلاسل الزمنية غير مستقرة:[1]

السلسلة الزمنية غير مستقرة تتبع السير العشوائي بدون اتجاه أو مع وجود اتجاه.
1-السير العشوائي بدون اتجاه: نفترض أنّ $y_t$ هي عبارة عن سلسلة أخطاء عشوائية بحتة ذو توقع معدوم ($\mu$ =0) وانحراف معياري ثابت ($\sigma$). وبالتالي السلسلة الزمنية $y_t$ تمثِّل سيراً عشوائيا إذا كانت صيغتها كما يلي:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_1 = y_0 + \varepsilon_1$$
$$y_2 = y_1 + \varepsilon_2$$
$$y_2 = y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$
$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$
$$E(y_t) = E\left(y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i\right) = 0$$
$$var(y_t) = t\sigma^2$$

نلاحظ أنّ متوسط $y_t$ هو قيمتها عند نقطة البداية $y_0$ و أنّ $y_t$ هي عبارة عن القيمة الابتدائية اضافةً إلى مجموع الصدمات العشوائية هذا يعني أنّ أثر صدمة

[1] سمير مصطفى شعراوي، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، كلية العلوم، جامعة الملك عبد العزيز المملكة العربية، الطبعة الأولى، 2005

معينة لا ينتهي مع مرور الوقت، بالتالي السير العشوائي لدية ذاكرة لا نهائية و هو غير مستقر.

2-السير العشوائي باتجاه: تكون صيغته كما يلي:

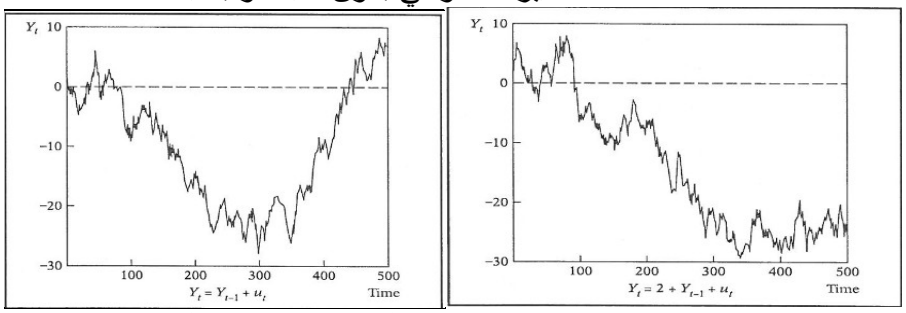
$$y_t = \delta + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث $\delta$ معامل الاتجاه.

$$E(y_t) = t\delta + y_0$$
$$var(y_t) = t\sigma^2$$

فبالنسبة للسير العشوائي باتجاه فإنّ المتوسط والتباين يتزايدان مع الزمن وهذا مخالف مع شرط الاستقرارية.[1]

الشكل3-1 : السير العشوائي بدون اتجاه و باتجاه




المصدر: سمير مصطفى شعراوي، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، كلية العلوم، جامعة الملك عبد العزيز المملكة العربية، الطبعة الأولى، 2005.

### 1-2-3 تحويل السلاسل الزمنية غير مستقرة إلى مستقرة:

ليكن لدينا نموذج السلسلة الزمنية $y_t$ كما يلي:

$$y_t = b_1 + b_2 t + b_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

لدينا الحالات الممكنة التالية:

**أ-السير العشوائي البحت:** إذا كان:

$$b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 1$$

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

إذا حسبنا الفرق بين $y_t$ و $y_{t-1}$ :

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$$

وبالتالي نتحصل على سلسلة زمنية مستقرّة.

إذن السير العشوائي بدون اتجاه مستقرّة عند الفرق الأول.

**ب-السير العشوائي باتجاه (عدم الاستقرارية من النوع DS):** إذا كان:

$$b_1 \neq 0, b_2 = 0, b_3 = 1$$

[1] سمير مصطفى شعراوي، مرجع سبق ذكره

فنموذج السلسلة الزمنية يكون على صيغة السير العشوائي باتجاه وهو غير مستقر:

$$y_t = b_1 + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

عند حساب الفرق الأول نجد ما يلي:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = b_1 + \varepsilon_t$$

هذا يعني أنّ لها اتجاه عام موجب (+) أو سالب (-) كما هو في الشكل (2-1)، ويسمى اتجاها عاما عشوائيا بحيث تصبح السلسلة مستقرة عند الفرق الأول.[1]

**ج-السير العشوائي باتجاه مع وجود اتجاه عام: عدم الاستقرارية من النوع (TS)**إذا كان هنا:

$$b_1 \neq 0, b_2 \neq 0, b_3 = 1$$

نحصل على النموذج كما يلي:

$$y_t = b_1 + b_{2t} + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

ليست مستقرة وبالتالي عند حساب الفرق الأول نحصل على:

$$\Delta y_t = b_1 + b_{2t} + \varepsilon_t$$

**د-الاتجاه العام المحدد مع مركب مستقر:** إذا كان لدينا:

$$b_1 \neq 0, b_2 \neq 0, b_3 < 1$$

نحصل على:

$$y_t = b_1 + b_{2t} + b_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

تكون $y_t$ مستقرة حول الاتجاه العام المحدد.

نلاحظ في الشكل جيّدًا الفرق بين الاتجاه العام العشوائي الذي صيغته:

$$y_t = 0.5 + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

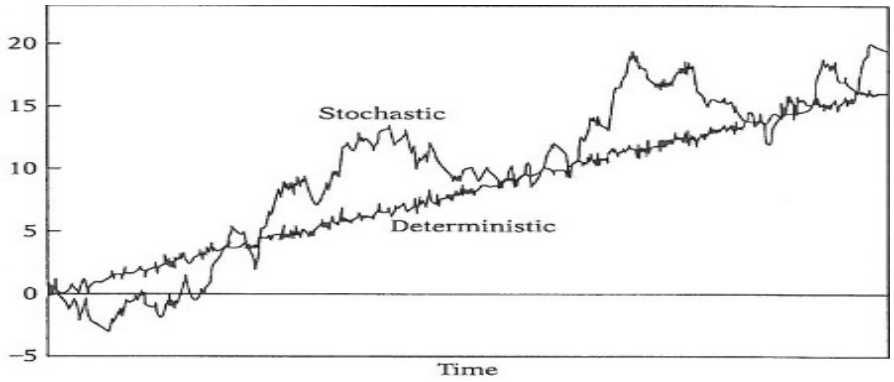
حيث $\varepsilon_t$ تؤثر في قيمة $y_t$على المدى البعيد والاتجاه العام المحدد (Deterministic) كما هو مبيّن في الشكل والمعرف بالعلاقة:

$y_t = 0.5t + \varepsilon_t$ ، الذي انحرافه عن الاتجاه العام (متوسط غير مستقر) وهو ينتهي بسرعة.[2]

الشكل (2-3): الاتجاه العام المحدد والاتجاه العام العشوائي

[1] سمير مصطفى شعراوي، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، كلية العلوم، جامعة الملك عبد العزيز المملكة العربية، الطبعة الأولى، 2005.

[2] سمير مصطفى شعراوي، مرجع سبق ذكره.




المصدر: سمير مصطفى شعراوي، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، سبق ذكره.

## 3-3 تحليل دوال الارتباط الذاتي البسيط والجزئي[1]

**3-3-1 دالة الارتباط الذاتي البسيط:** تدرس دالة الارتباط الذاتي (FAC)العلاقة بين السلسلة ذاتها، أي الكشف عن الارتباطات الداخلية للسلسلة الزمنية.

لتكن $y_t$سلسلة زمنية مستقرة k معامل التأخير يحدد الارتباط الذاتي بالعلاقة:

20-2
$$\rho(k) = \frac{\sum_{k+1}^{n}(y_t - \bar{y}_1)(y_{t-k} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{k+1}^{n}(y_t - \bar{y}_1)^2}\sqrt{\sum_{k+1}^{n}(y_{t-k} - \bar{y}_2)^2}}$$

21-2
$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{k+1}^{n} y_t}{n-k} \quad , \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{k+1}^{n} y_{t-k}}{n-k}$$

بالنسبة لـعدد المشاهدات n كبير، إذا كانت السلسلة بلا اتجاه ولها تباين ثابت نسبيًا مع مرور

الوقت، يمكننا تعيين$\bar{y} = \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ متوسّط السلسلة الزمنية،$var(y_t) = var(y_{t-k})$

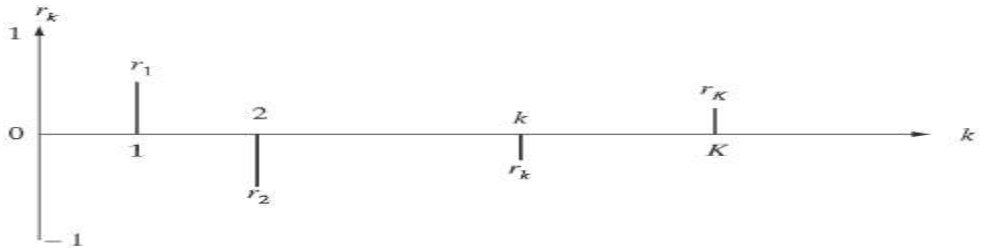
ويمكننا كتابة الصيغة المبسطة التالية:

$$\rho(k) = \frac{\frac{1}{n-k}\sum_{t=k+1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{var(y_t)}$$

التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي يسمى corrélogramme كما هو مبيَّن في الشكل ( Bourbonnais & Terraza, 2016)

[1] . Régis Bourbonnais, Michel Terraza,Analyse des séries temporelles, Applications à l'économie et à la gestion,4ieDunod,2016

الشكل2-3: التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي




المصدر: (Bourbonnais & Terraza, 2016 )

يتم حساب معاملات الارتباط الذاتي للدرجات التي تتراوح من 0 إلى K، حيث يمثل K أقصى تأخر مسموح به. نختار عمومًا $\frac{n}{6} \leq K \leq \frac{n}{3}$ ، $K = \frac{n}{5}$ إذا كانت n>150 أو كما يقترح بعض المؤلفين $K=\sqrt{n}$.

### 1-3-3 خصائص الارتباط الذاتي:[1]

-الارتباط الذاتي متناظر حول الصفر أي أنّ : $\rho(k) = \rho(-k)$

-الارتباط الذاتي محصور بين القيمة (+)1 و(-1) ، $-1 < \rho(k) < 1$

-عندما تكون k=0 فإنّ $\rho(k) = 1$ وبالتالي يكون ارتباط السلسة الزمنية تام.

-لا فائدة من حساب $\rho(k)$ عند عدم استقرارية السلسلة الزمنية.

- الكشف عن وجود مركبة الموسمية

- الكشف عن وجود ارتباط بين المتغيرات الداخلية

-اختبار استقرار السلسلة الزمنية (تكون السلسلة الزمنية للظاهرة المدروسة مستقرة إذا وقعت معظم معاملات الارتباط داخل مجال الثقة).

-تحديد وسائط النموذج ARIMA (p.d.q)

كما يمكن ملاحظة أسباب عدم استقرار السلسلة الزمنية كالاتجاه (إذا اتجهت المعاملات نحو التناقص خارج مجال ثقتها) أو كالموسمية (إذا ظهرت معاملات الارتباط مختلفة عن الصفر كل 12 شهر).

يُسمّي معامل الارتباط الذاتي من الدرجة 1 معامل الارتباط الخطي البسيط المحسوب بين السلسلة الزمنية والسلسلة نفسها التي تم إزاحتها بفترة زمنية واحدة. يتم حساب معاملات الارتباط الذاتي للدرجات التي تتراوح من 0 إلىK ، حيث يمثل K أقصى تأخر مسموح به.

يتيح اختبار المعنوية على معامل $\rho(k)$ إمكانية تحديد معاملات الارتباط الذاتي التي تختلف بشكل كبير عن 0.

[1] . Régis Bourbonnais, Michel Terraza,Analyse des séries temporelles, Applications à l'économie et à la gestion,4ieDunod,2016

لتكن الفرضية: $H_0$: $\rho(k)=0$ مقابل
الفرضية البديلة: $H_1$: $\rho(k) \neq 0$ تحت الفرضية $t_c = H_0$
$\frac{|r_k|}{\sqrt{(1-r_k^2}}\sqrt{n-2}$ , يخضع لقانون التوزيع ستودنت(n< 30) بدرجة حرية n−2 (أو قانون التوزيع طبيعي مركزي مخفض إذا n >30 حيث n هو عدد الملاحظات المستخدمة لحساب معامل الارتباط الذاتي الذي يخضع للتوزيع الطبيعي حيث:

$t^{\alpha\%} = 1{,}96$.

إذا كان $t_c > t_{n-2}^{1-\frac{\alpha}{2}}$، يتم رفض الفرضية $H_0$ (قيمة $t_{n-2}^{1-\frac{\alpha}{2}}$ لقانون ستودنت عند مستوى معنوية α عند درجة الحرية n-2).

يمكن تحديد مجال الثقة لمعاملات الارتباط الذاتي وبالتالي التي تساوي الصفر تقع داخله و التي تختلف عن الصفر تتجاوز مجال الثقة و تُحدّد بالعلاقة التالية: $\pm 1{,}96\frac{1}{\sqrt{n}}$.

تباين معاملات الارتباط الذاتي يساوي:

$$V(k) = \frac{1}{n}\sum_{i=-k}^{+k}\rho_i^2$$

[1]نشير بـ $\rho_i$ إلى معامل الارتباط الذاتي النظري (غير المعروف) و $r_i$ إلى معامل الارتباط الذاتي المقدر من سجل العينة. باستخدام تماثل$\rho_i$ ، تقدير $r_i$ من $\rho_i$ وبافتراض أن ما بعد k $\rho_i$هي معدومة، نحصل على:

$$V(r_k) = \frac{1}{n}(1 + 2\sum_{i=1}^{k} r_i^2)$$

مثال على حساب دالة الارتباط الذاتي (FAC): من بيانات المبيعات في الجدول (2-3) احسب FAC للتأخيرات الثلاثة الأولى $(r_1, r_2, r_3)$ ثمّ اختبر معنوياتها.

الحل: سنقوم بالتفصيل في الجدول (2-3) بحسابات المعاملات، على سبيل المثال $r_1$ الارتباط بين $y_t$ و $y_{t-1}$ .

[1] Régis Bourbonnais, Virginie Terraza : »Analyse des series temporelles-5e édition, Cours et excercices corrigés-Applications à l'économie et à la gestion, Eco sup ,2022 Dunod

الجدول 3-2 : حساب دالة الارتباط الذاتي

| n | $y_t$ | $y_{t-1}$ | $y_t - 2684$ | $y_{t-1} - 1516,54$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2392 | 2248 | -292 | -268,54545 |
| 2 | 2057 | 2392 | -627 | -124,54545 |
| 3 | 4159 | 2057 | 1475 | -459,54545 |
| 4 | 1891 | 4159 | -793 | 1642,45455 |
| 5 | 2065 | 1891 | -619 | -625,54545 |
| 6 | 2118 | 2065 | -566 | -451,54545 |
| 7 | 3934 | 2118 | 1250 | -398,54545 |
| 8 | 2138 | 3934 | -546 | 1417,45455 |
| 9 | 2456 | 2138 | -228 | -378,54545 |
| 10 | 2224 | 2456 | -460 | -60,54545 |
| 11 | 4090 | 2224 | 1406 | -292,54545 |
| | $\bar{y}_t = 2684$ | $\bar{y}_{t-1} = 2516,54545$ | | |

| $(y_t - 2684)^2$ | $(y_t - 2684)*(y_{t-1} - 2516,54)$ | $(y_{t-1} - 2516,54)^2$ |
|---|---|---|
| 85264 | 78415,2714 | 72116,65872 |
| 393129 | 78089,9972 | 15511,56912 |
| 2175625 | -677829,539 | 211182,0206 |
| 628849 | -1302466,46 | 2697656,949 |
| 383161 | 387212,634 | 391307,11 |
| 320356 | 255574,725 | 203893,2934 |
| 1562500 | -498181,813 | 158838,4757 |
| 298116 | -773930,184 | 2009177,401 |
| 51984 | 86308,3626 | 143296,6577 |
| 211600 | 27850,907 | 3665,751516 |
| 1976836 | -411318,903 | 85582,84032 |
| $\sum =$ 8087420 | $\sum =$ -2750275 | $\sum =$ 5992228,727 |
| | $r_1 =$ -0,39507262 | |

| | $y_t$ | $y_{t-2}$ | $y_t - 2713,2$ | $y_{t-2} - 2545,8$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2057 | 2248 | -656,2 | -297,8 |
| 2 | 4159 | 2392 | 1445,8 | -153,8 |
| 3 | 1891 | 2057 | -822,2 | -488,8 |
| 4 | 2065 | 4159 | -648,2 | 1613,2 |
| 5 | 2118 | 1891 | -595,2 | -654,8 |
| 6 | 3934 | 2065 | 1220,8 | -480,8 |
| 7 | 2138 | 2118 | -575,2 | -427,8 |
| 8 | 2456 | 3934 | -257,2 | 1388,2 |
| 9 | 2224 | 2138 | -489,2 | -407,8 |
| 10 | 4090 | 2456 | 1376,8 | -89,8 |
| | $\bar{y}_t = 2713,2$ | $\bar{y}_{t-2} = 2545,8$ | | |

| $(y_t - 2713,2)^2$ | $(y_t - 2713,2)*(y_{t-2} - 2545,8)$ | $(y_{t-2} - 2545,8)^2$ |
|---|---|---|
| 430598,44 | 195416,36 | 88684,84 |
| 2090337,64 | -222364,04 | 23654,44 |
| 676012,84 | 401891,36 | 238925,44 |
| 420163,24 | -1045676,24 | 2602414,24 |
| 354263,04 | 389736,96 | 428763,04 |
| 1490352,64 | -586960,64 | 231168,64 |
| 330855,04 | 246070,56 | 183012,84 |
| 66151,84 | -357045,04 | 1927099,24 |
| 239316,64 | 199495,76 | 166300,84 |
| $\sum (y_t - 2713,2)^2 = 7993629,6$ | $\sum = = -903071,6$ | $\sum (y_{t-2} - 2545,8)^2 = 5898087,6$ |
| | $r_2$=-0,1315 | |

| | $y_t$ | $y_{t-3}$ | $y_t - 2786$ | $y_{t-3} - 2556$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2392 | | | |
| 2 | 2057 | | | |
| 3 | 4159 | 2248 | 1373 | -308 |
| 4 | 1891 | 2392 | -895 | -164 |
| 5 | 2065 | 2057 | -721 | -499 |
| 6 | 2118 | 4159 | -668 | 1603 |
| 7 | 3934 | 1891 | 1148 | -665 |
| 8 | 2138 | 2065 | -648 | -491 |
| 9 | 2456 | 2118 | -330 | -438 |
| 10 | 2224 | 3934 | -562 | 1378 |
| 11 | 4090 | 2138 | 1304 | -418 |
| | $\bar{y}_t = 2786$ | $\bar{y}_{t-3} = 2556$ | | |

| $(y_t - 2786)^2$ | $(y_t - 2786) * (y_{t-3} - 2556)$ | $(y_{t-3} - 2556)^2$ |
|---|---|---|
| 1884823,9 | -422884 | 94727,1619 |
| 801223,899 | 146780 | 26823,1612 |
| 520001,233 | 359779 | 248779,274 |
| 446372,455 | -1070804 | 2570321,49 |
| 1317648,9 | -763420 | 41929,497 |
| 420048,011 | 318168 | 240862,829 |
| 108973,345 | 144540 | 191649,385 |
| 315968,9 | -774436 | 1899496,49 |
| 1700126,24 | -545072 | 174538,273 |
| $\sum$ = 7515187 | $\sum$ = -2607349,00 | $\sum$ = 5889128 |
| | $r_3$=-0,391 | |

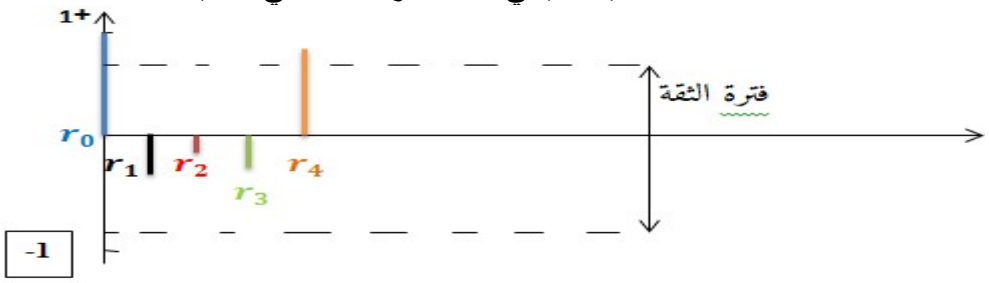
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $y_{2057}$ | $y_{t-4}$ | $y_t - 1614,5$ | $y_{t-4} - 1608$ |
| 2 | 4159 | | | |
| 3 | 1891 | 2248 | -723,5 | -360 |
| 4 | 2065 | 2392 | -549,5 | -216 |
| 5 | 2118 | 2057 | -496,5 | -551 |
| 6 | 3934 | 4159 | 1319,5 | 1551 |
| 7 | 2138 | 1891 | -476,5 | -717 |
| 8 | 2456 | 2065 | -158,5 | -543 |
| 9 | 2224 | 2118 | -390,5 | -490 |
| 10 | 4090 | 3934 | 1475,5 | 1326 |
| | $\bar{y}_t$=2614,5 | $\bar{y}_{t-4} = 2608$ | | |

| $(y_t - 2614,5)^2$ | $(y_t - 2614,5) * (y_{t-4} - 2608)$ | $(y_{t-4} - 2608)^2$ |
|---|---|---|
| 523452,25 | 260460 | 129600 |
| 301950,25 | 118692 | 46656 |
| 246512,25 | 273571,5 | 303601 |
| 1741080,25 | 2046544,5 | 2405601 |
| 227052,25 | 341650,5 | 514089 |
| 25122,25 | 86065,5 | 294849 |
| 152490,25 | 191345 | 240100 |
| 2177100,25 | 1956513 | 1758276 |
| $\sum$ = 5394760 | $\sum$ = 5274842 | $\sum$ =5692772 |
| | $r_4$=0,951 | |

$$t_c = \frac{|\hat{r}_k|}{\sqrt{1 - r_k^2}}\sqrt{n-2}$$

| التأخيرات $k$ | $\hat{r}_k$ | n | $\lvert t_c \rvert$ | ddl | $t_{tab}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 12 | - | - | - |
| 1 | -0,395 | 11 | 1,29 | 9 | 2,262 |
| 2 | -0,132 | 10 | 0,38 | 8 | 2,306 |
| 3 | -0,391 | 9 | 1,03 | 7 | 2,365 |
| 4 | 0,952 | 8 | 7,62 | 6 | 2,447 |

الشكل3-4: التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط




بالنسبة لـ $r_1, r_2, r_3$ احصائية $\boldsymbol{t_c}$ هي أقل من قيمة $\boldsymbol{t_{tab}}$ وبالتالي فهي لا تختلف معنويا عن الصفر، أمّا بالنسبة لـ$r_4$ فإنّ $\boldsymbol{t_c > t_{tab}}$ وبالتالي فإنّ $r_4$ تختلف معنويا عن الصفر.

### 2-3-3 دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FAP)[1]:

دالة الارتباط الذاتي الجزئي (المشار إليها بـ FAP) للسيرورة المركزية $y_t$ هي دالة لـ $k \in Z \rightarrow \rho_{kk} \in [-1;+1]$. ويتم تحليله بطريقة مشابهة لمعامل الارتباط الجزئي: فهو الارتباط بين $y_t$ و$y_{t-1}$، وتأثير المتغيرات $y_{t-k-i}$ لـ (i<k) التي تمت إزالته. يتم الحصول على الارتباطات الذاتية الجزئية، المشار إليها بـ $r_{kk}$ بالعلاقة التالية:

لتكن المصفوفة P متناظر مكوَّنة من (k-1) معاملات الصف والعمود الأول لـ $y_t$ :

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & r_{k-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

والمصفوفة$P_k^*$ هي المصفوفة $P_k$ مع استبدال العمود الأخير بالشعاع $[r_1 \ r_2 \ \dots \dots r_k]$

$$P_k^* = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & r_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & \cdots & r_k \end{bmatrix}$$

$$r_{11} = r_1$$

[1] Régis Bourbonnais, Virginie Terraza : »Analyse des series temporelles-5e édition, Cours et excercices corrigés-Applications à l'économie et à la gestion, Eco sup ,2022 Dunod

$$r_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

$$r_{33} = \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_1^3 - r_1 r_2(2 - r_2) + r_3(1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2r_1^2(1 - r_2)}$$

من أجل العينات الكبيرة التي تفوق 30 مشاهدة، معاملات الارتباط الذاتي الجزئي يخضع للتوزيع الطبيعي ذو وقع معدوم وتباين $V(r_{kk}) = \frac{1}{n}$ ومجال الثقة عند 5% لـ $r_{kk}$ $IC = \left[\pm 1{,}96\sqrt{\frac{1}{n}}\right]$ .

### 3-3-3 اختبار معاملات الارتباط الذاتي:

يسمح اختبار Box-Pierce بتحديد عمليات السير العشوائي (التشويش الأبيض؛ متتالية المتغيرات العشوائية المستقلة فيما بينها والمتماثلة التوزيع).

إذا كان $y_t$ يمثل سيرا عشوائيا فإنّ $cov(y_t, y_{t-1}) = 0$ و $\forall\, k\ \rho_k = 0$ ، أين اختبار الفرضيات التالية:

$\mathrm{H}_0$ : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots \rho_k = 0$

$H_1$ : يوجد على الأقل واحد $\rho_i$ يختلف معنويا عن الصفر.

لإجراء هذا الاختبار نستعين بإحصائية $Q$ لـ Box Pierce بتوزيع كاي المعبّر عنها بالعلاقة التالية:

$$Q = n \sum_{k=1}^{h} r_k^2$$

h : عدد التأخيرات، $r_k$ : الارتباط الذاتي التجريبي، n : عدد المشاهدات.

نرفض فرضية التشويش الأبيض عند مستوى معنوية $\alpha$ إذاكانت الإحصائية Q أكبر من $\chi^2$ المقروءة في الجدول عند مستوى معنوية $(1 - \alpha)$ ودرجة حرية h.

كما يمكن استخدام احصائية أخرى ذات خصائص أفضل وهي مشتقة من الأولى $Q'$ لـ $Ljung\ et\ Box$ :

$$Q' = \mathrm{n}(\mathrm{n}+2)\sum_{1}^{k}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

وهي موزعة حسب $\chi^2$ بدرجة تأخر(حرية) $h$ .

**مثال:**

من المثال السابق أحسب FAP للتأخيرات الأولى الثلاثة $(r_{11}, r_{22}, r_{33})$.

-حدد مجال الثقة عند مستوى معنوية 95% لـ $(\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33})$ ثمّ اختبر معنوية $(r_{11}, r_{22}, r_{33})$.

-أحسب $Ljung\ et\ Box$ من أجل $h = 3$ هل السلسلة $y_t$ تشويش أبيض؟

**الحل:**

أ-لدينا من المثال السابق: $r_1 = -0{,}395\ ,\ r_2 = -0{,}132\ ,r_3 = -0{,}391$

$$r_{11} = r_1 = 0{,}395$$

$$r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{0{,}132 - (0{,}395)^2}{1 - (0{,}395)^2} = -0{,}34$$

$$r_{33} = \frac{r_1^3 - r_1 r_2(2 - r_2) + r_3(1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2r_1^2(1 - r_2)} = -0{,}7978$$

ب-تحديد مجال الثقة:

تحت الفرضية العدمية $\mathrm{H}_0$: $\rho_{kk} = 0$ من أجل k=1, 2, 3

لدينا $\rho_{kk} \to \mathrm{N}(0, \frac{1}{\sqrt{n}})$

مجال الثقة عند 95% هو يساوي: $\left[-1{,}96\sqrt{\frac{1}{n}}, +1{,}96\sqrt{\frac{1}{n}}\right] = [-0{,}566, +0{,}566]$

$r_{11}$ و $r_{22}$ هما داخل مجال الثقة وبالتالي لا يختلفان معنويا عن الصفر أمّا المعامل $r_{33}$ فهو خارج المجال وبالتالي هو يختلف معنويا عن الصفر.

ج-اختبار لـ$Ljung\ et\ Box$:

$$Q' = \mathrm{n}(\mathrm{n}+2)\sum_{1}^{k}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

$$Q' = 12(12+2)\left(\frac{(-0{,}395)^2}{11} + \frac{(-0{,}1315)^2}{10} + \frac{(-0{,}391)^2}{9}\right)$$

$$= 5{,}526$$

$5,526 < \chi_3^{0,95} = 7,81$ إذن نقبل الفرضية العدمية هذا يعني أنّ معاملات الارتباط الذاتي معدومة و أنّ السلسلة هي تشويش أبيض.

### 4-3 اختبار جذر الوحدة

اختبار جذر الوحدة هو اختبار لمعرفة ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرّة أم لا.

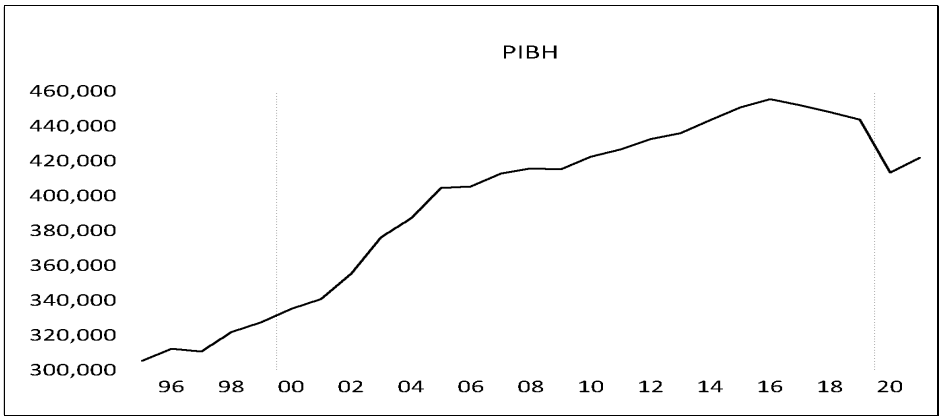
كيف يمكننا تحديد استقرار سلسلة زمنية، وما هو الإجراء الأمثل لجعلها مستقرة إذا لم تكن كذلك؟

للإجابة على هذ السؤال سنتطرق إلى اختبارين من خلال التحليل البياني والتمثيل البياني لدالتي الارتباط الذاتي(corrélogramme).

### 1-4-3 التحليل البياني:

قبل البدء في إجراء الاختبارات الاحصائية لا بد من رسم السلسلة الزمنية محل الدراسة لإعطاء فكرة مبدئية عن الطبيعة المحتملة عن السلسلة الزمنية كما هو موضّح في الشكل عن سلسلة نصيب الفرد من الناتج الداخلي الخام للجزائر، حيث نلاحظ أنه مع مرور الزمن PIBH يرتفع ويتضح ذلك من الاتجاه العام الذي يرتفع ممّا يعني أنّ متوسط PIBH تغير.

الشكل 3-5 : التمثيل البياني لـPIBH



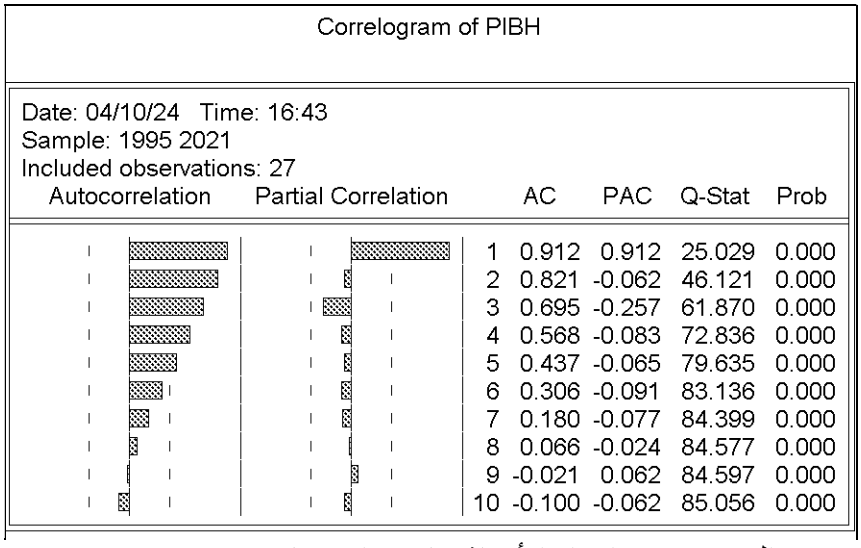

### 2-4-3 التمثيل البياني لدالتي الارتباط الذاتي الجزئي والبسيط (FAP، FAC):

كيف يمكن للتمثيل البياني لدالتي الارتباط الذاتي أن يسمح لنا بتحديد ما إذا كانت سلسلة زمنية مستقرة أم لا؟

نستعرض التمثيل البياني (correlogram) لسلسلة نصيب الفرد من الناتج الداخلي الخام للجزائر كما هو موضح في الشكل حيث نلاحظ بوضوح سلسلة عشوائية؛ فدالة الارتباط الذاتي البسيطة (العمود AC) تبدأ بقيم مرتفعة جدّا عند الفترة الزمنية المتأخرة الأولى (0.961) وتتناقص تدريجيا ببطء شديد ناحية الصفر كلّما زاد طول الفترة الزمنية المتأخرة، ممّا يعني أنّ السلسلة الزمنية الخاصة بـPIBH تبدو غير

مستقرة. من ناحية أخرى، فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئي (عمود PAC) لها فقط القيمة الأولى التي تختلف بشكل كبير عن 0 (معاملات الارتباط الذاتي تقع خارج مجال الثقة المعبَّر عنه بواسطة الخطوط المنقطة).

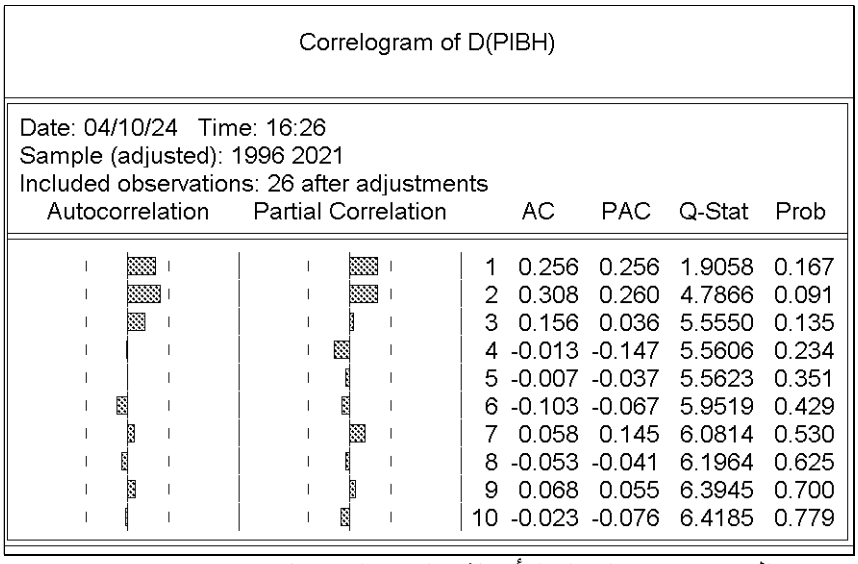
الشكل 3-6: تمثيل بياني لدالتي الارتباط الذاتي PIBH خلال الفترة 1995-2021




المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

أما بالنسبة (correlogram) للفرق الأول لPIBH، نلاحظ أن جميع قيم معاملات الارتباط الذاتي تقع داخل مجال الثقة هذا يعني أنّها تساوي الصفر، و أن Q-Stat عند درجة التأخر 10 تساوي 6.4185 و هي أصغر من $\chi(2)_{10}^{0.95} = 18.30$ و بالتالي لا يوجد ارتباط ذاتي و السلسلة مستقرة.

الشكل 3-7: تمثيل بياني لدالتي الارتباط الذاتي للفرق الأول لPIBH خلال الفترة 1996-2021




المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

**مثال:**

المطلوب هل السلسلتين الزمنيتين الممثلتين في الرسم البياني وفي مخطط الارتباط الذاتي من النوع TS أو DS؟ حيث نقوم بتوليد سيرورتين لعينة من 200 مشاهدة وتباين49.

السيرورة الأولى هي عبارة على سير عشوائي من الشكل:

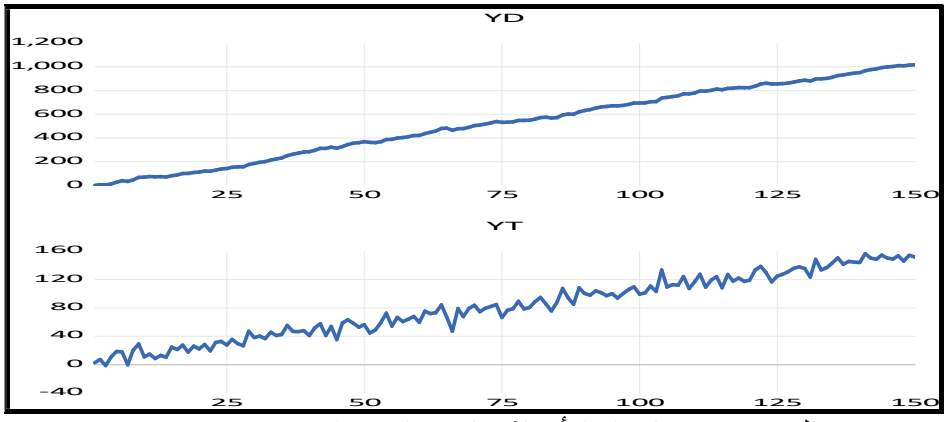
$$yD_t = yD_{t-1} + 7 + eps$$

$$yD(0) = 0\ , \qquad eps = @nrnd * 7\ , \qquad yD_t = yD_{t-1} + 7 + eps$$

السيرورة الثانية هي عبارة عن اتجاه كما يلي:

$$yT_t = 1 * temps + 7 + eps\ , \qquad temps = @trend(1)$$

شكل 3-8: التمثيل البياني لـ $yT_t$ و $yD_t$




المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

نلاحظ تشابه كبير في مظهر كل من الرسومات البيانية للسلسلتين $yT_t$ و $yD_t$ وبالتالي التمثيل البياني لا يسمح لنا بتحديد نوع السلسلتين بل يجب استخدام الاختبارات الاحصائية.

الشكل 3-9: Correlogram D ($yD_t$)

Included observations: 149 after adjustments

| Autocorrelation | Partial Correlation | | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | -0.100 | -0.100 | 1.5192 | 0.218 |
| | | 2 | -0.133 | -0.144 | 4.2153 | 0.122 |
| | | 3 | -0.005 | -0.035 | 4.2187 | 0.239 |
| | | 4 | -0.023 | -0.048 | 4.2988 | 0.367 |
| | | 5 | -0.035 | -0.050 | 4.4853 | 0.482 |
| | | 6 | 0.074 | 0.055 | 5.3381 | 0.501 |
| | | 7 | 0.001 | 0.003 | 5.3381 | 0.619 |
| | | 8 | -0.006 | 0.011 | 5.3440 | 0.720 |
| | | 9 | 0.035 | 0.039 | 5.5440 | 0.785 |
| | | 10 | -0.034 | -0.022 | 5.7288 | 0.838 |

المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

الشكل 3-10: Correlogram D($yT_t$)

Included observations: 199 after adjustments

| Autocorrelation | Partial Correlation | | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | -0.544 | -0.544 | 59.766 | 0.000 |
| | | 2 | 0.041 | -0.361 | 60.114 | 0.000 |
| | | 3 | 0.052 | -0.186 | 60.665 | 0.000 |
| | | 4 | -0.078 | -0.197 | 61.912 | 0.000 |
| | | 5 | 0.062 | -0.115 | 62.708 | 0.000 |
| | | 6 | -0.115 | -0.249 | 65.427 | 0.000 |
| | | 7 | 0.161 | -0.068 | 70.825 | 0.000 |
| | | 8 | -0.079 | -0.048 | 72.145 | 0.000 |
| | | 9 | -0.024 | -0.085 | 72.269 | 0.000 |
| | | 10 | 0.124 | 0.077 | 75.511 | 0.000 |

المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

يشير مخطط الارتباط الذاتي للفرق الأول لـ$yD$ أنه تشويش أبيض وجميع معاملات الارتباط الذاتي تقع داخل مجال الثقة، بينما مخطط الفرق الأول $yT$ حيث الحد الأول يختل بشكل كبير عن الصفر وبالتالي $D(yT)$ليس تشويش أبيض.

شكل 3-11: Correlogram Resid2

Sample: 1 200
Included observations: 200

| Autocorrelation | Partial Correlation | | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | -0.075 | -0.075 | 1.1324 | 0.287 |
| | | 2 | 0.024 | 0.018 | 1.2481 | 0.536 |
| | | 3 | 0.058 | 0.062 | 1.9462 | 0.584 |
| | | 4 | -0.038 | -0.029 | 2.2361 | 0.692 |
| | | 5 | 0.030 | 0.022 | 2.4178 | 0.789 |
| | | 6 | -0.043 | -0.041 | 2.7990 | 0.834 |
| | | 7 | 0.136 | 0.135 | 6.6816 | 0.463 |
| | | 8 | -0.034 | -0.019 | 6.9286 | 0.544 |
| | | 9 | -0.022 | -0.025 | 7.0279 | 0.634 |
| | | 10 | 0.022 | -0.000 | 7.1278 | 0.713 |

شكل 3-12: Correlogram Resid1

Included observations: 200

| Autocorrelation | Partial Correlation | | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 0.927 | 0.927 | 174.28 | 0.000 |
| | | 2 | 0.860 | 0.010 | 325.13 | 0.000 |
| | | 3 | 0.797 | -0.005 | 455.48 | 0.000 |
| | | 4 | 0.741 | 0.014 | 568.73 | 0.000 |
| | | 5 | 0.687 | -0.018 | 666.38 | 0.000 |
| | | 6 | 0.641 | 0.039 | 752.08 | 0.000 |
| | | 7 | 0.606 | 0.048 | 828.95 | 0.000 |
| | | 8 | 0.572 | 0.001 | 897.90 | 0.000 |
| | | 9 | 0.546 | 0.041 | 960.99 | 0.000 |
| | | 10 | 0.529 | 0.057 | 1020.4 | 0.000 |

المصدر: من اعداد الأستاذة باستخدام برنامج Eviews13

كما يشير مخطط الارتباط الذاتي لبواقي انحدار $yT_t$ على الزمن أنه تشويش أبيض بالنسبة لـResid2 أمّا بالنسبة لمخطط الارتباط الذاتي Resid1 بواقي انحدار $yD_t$ على الزمن ليست بتشويش أبيض بسبب تجاوز معاملات الارتباط الذاتي مجال الثقة، و هي تنخفض تدريجيا و ببطء.