نماذج التلميس الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية

أهداف الفصل:

التعرف على طرق التلميس الأسي

المفاهيم الرئيسية

صياغة التلميس الأسي
اختيار ثابت التلميس
نموذج التلميس المزدوج، براون، هولت وهولت وينترز

تمهيد:

يعابر نماذج التلميس الأسي أحد الطرق المهمة في التنبؤ، حيث تمّ اكتشافها من طرف الباحثين Holt وBrown سنة 1962 وتعتمد هذه الطرق على مميزات من بينها:

-التناقص المتزايد لأهمية المعلومات حسب زمنها، أي أن المعلومات الحديثة تكون لها أهمية كبيرة وتبدأ هذه الأهمية في التناقص كلّما اتجهنا نحو معلومات قديمة.

-عدم التخزين الكبير لعدد كبير من المعلومات فيصعب الحصول في الواقع على معلومات تاريخية كثيرة وتقنيات التلميس الأسي لا تحتاج إلى عدد كبير من المشاهدات التاريخية و يمكن لتمييز من بين 4 أنواع من الطرق.

2-1 نماذج التلميس الأسي البسيط

تمهيد:

لقد سمح تطوير الممارسة الإحصائية بتوفر عدد من أدوات الحساب.

سنقدم الطرق الاستقرائية المعتمدة على مبدأ التنعيم الأسي.

تمت إدخال تقنيات التنعيم الأسي بواسطة هولت في عام 1957، ولكن بشكل خاص من قبل براون في عام 1962. يُجمع التنعيم بين جميع التقنيات التجريبية التي تتسم بخصائص مشتركة تتمثل في منح وزن أكبر للقيم الحديثة في السلسلة الزمنية.

2-1-1 خصائص طرق التلميس

أ-المبدأ الأساسي:

أ-تستند تقنية التنعيم الأسي إلى المبدأ الأساسي القائل بأن بيانات سلسلة زمنية تكون أكثر دلالة كلما كانت أكثر حداثة. من أجل إجراء توقع، من الضروري تخصيص وزن متناقص للمعلومات بناءً على بُعدها الزمني.

ب-تجميع المعلومات: من المعقد التعامل مع كامل تاريخ سلسلة زمنية. تسمح طريقة التنعيم الأسي بتلخيص هذا التاريخ في بعض المعلمات. لإجراء توقع باستخدام هذه الطريقة، يكفي الاحتفاظ ببعض القيم في الذاكرة .

ج-تستمر تحديثات المعايير باستخدام حسابات بسيطة نسبيًا .

د-طريقة التنعيم(التلميس) الأسي هي طريقة تكيفية، مما يعني أنها تعدل باستمرار معاييرها، بالتزامن مع وتيرة وصول المعلومات. هذا المبدأ ينشأ من ارتباط المبدأين السابقين .

سنقوم بتوضيح هذه المبادئ الثلاثة .

2 -1-2صياغة نموذج التلميس الأسي البسيط[1]

[1] Régis Bourbonnais, Jean-Claude Usunier : »Prévision des ventes ; Théorie et pratique, 3e édition, Economica 2001

نفترض أنّ y_t تمثِّل مبيعات منتَج ما في الفترة t. يمكن اعتبار هذه المبيعات x_t تركيبة خطية لانهائية لقيمها الماضية، وزن (أو تأثير) الماضي على الحاضر يتناقص مع قدمه.

تأثير الماضي على الحاضر يتناقص تدريجياً مع مرور الوقت .

x_t: تحقيق سلسلة المبيعات x في الفترة t (مثلا شهر أو ثلاثة أشهر)

s_t : قيمة ملساء للسلسلة.

$\hat{y}_t$: تنبؤ السلسلة x_tمن أجل ***t+1*** محسوبة في ***t***.

α : معامل التلميس مع $\alpha \in [0;1]$.

المبدأ الأساسي للتلميس الأسي يقترح من أجل $\hat{y}_t$:

$$\hat{y}_t = S_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha(y_t - \hat{y}_{t-1}) \qquad [1]$$

يتم الحصول على التلميس من خلال تعديل القيمة الملساء الأخيرة بواسطة وزن الفارق بين القيمة المرصودة والقيمة المتوقعة. تم تحديد المبدأ الثالث لتكييف التلميس مع خطأ التوقع .

يمكن تعديل المعادلة [1]بالشكل التالي.

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1} \qquad [2]$$

$\hat{y}_1 = y_1 = 15$ و $\alpha = 0{,}2$

جدول 2-1: مثال على التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسي البسيط

t	y_t	$\hat{y}_t$	$e_t = y_t - \hat{y}_t$
1	15	$\hat{y}_1 = 15$	0
2	20	$\hat{y}_2 = 0,2 \times 20 + 0,8 \times 15 = 16$	4
3	30	$\hat{y}_3 = 0,2 \times 30 + 0,8 \times 16 = 18,8$	11,2
4	35	$\hat{y}_4 = 0,2 \times 35 + 0,8 \times 18,8 = 22,04$	12,96
5	25	$\hat{y}_5 = 0,2 \times 25 + 0,8 \times 22,04 = 22,632$	2,368
6	20	$\hat{y}_6 = 0,2 \times 20 + 0,8 \times 22,632 = 22,1056$	-2,1056
7		$\hat{y}_7 = 22,1056$	
8		$\hat{y}_8 = 22,1056$	
9		$\hat{y}_9 = 22,1056$	

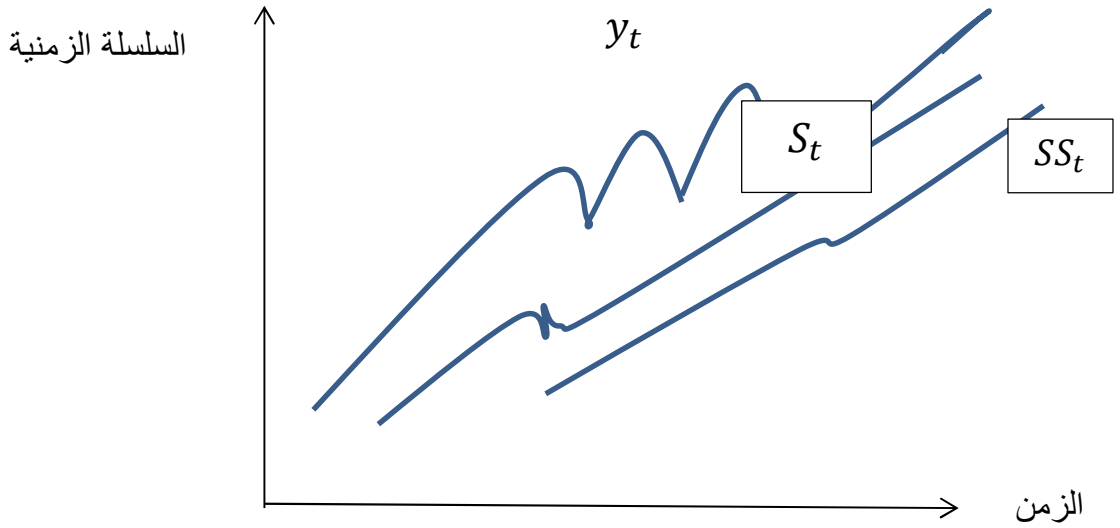
أظهرت المحاكاة أنه إذا كانت السلسلة تتأثر باتجاه معين، فإن التنعيم الأسي البسيط يكون غير فعال. أو، في توقعات المبيعات، تتأثر معظم السلاسل باتجاه صعودي أو

هبوطي. في الممارسة العملية، لا يُستخدم التنعيم البسيط. لهذا السبب نفضل استخدام التنعيم الأسي المزدوج الذي يسمح بدمج هذه الظواهر الاتجاهية.

2-2 التلميس الأسي المزدوج:[1]

2-2-1 نموذج Brown (1959): تستخدم هذه الطريقة في السلاسل الزمنية التي تحتوي على اتجاه عام وتقوم فلسفتها على محاولة ادخال الاتجاه العام والقيام بالتلميس مرتين حتى يمكن التوصل إلى خط تقل فيه درجة التعرج بدرجة كبيرة، يتم استخدامه في تقدير أثر الاتجاه العام عن طريق أخذ المتوسطات التي تم الحصول عليها بواسطة التلميس الأسي البسيط S_t ثم استخدامها للحصول على أرقام جديدة (أرقام ممهدة مرتين) SS_t.

الشكل 2-1: أثر المتوسطات على السلسلة الزمنية



يلاحظ أنّ أرقام الطلب الفعلي في السلسلة الزمنية في الاتجاه تكون أكبر من أرقام التلميس الأول بنفس القدر تقريبا التي تكون فيه أرقام متوسطات التلميس الأول أكبر من متوسطات التلميس الثاني.

أثر المتوسطات ← [5] $y_t = 2S_t - SS_t$, $y_t - S_t = S_t - SS_t$

نتنبأ بقيم الظاهرة من خلال العلاقة [5]

يُطبق نموذج التلميس الأسي على السلسلة الزمنية التي تحتوي على اتجاه وصياغتها كالاتي:

$$[6] y_t = a_{0t} + a_{1t}t$$

بحيث:

[1] Régis Bourbonnais, Jean-Claude Usunier : »Prévision des ventes ; Théorie et pratique, 3e édition, Economica 2001

$$[7] S_t = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}$$

$$[8] \quad SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha) SS_{t-1}$$

$$, \qquad a_{0t} = 2S_t - SS_t$$

$$a_{1t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t) \quad [9]$$

يعطى التنبؤ للآفاق h بالعلاقة التالية:

$$[10] \hat{y}_{t+h} = a_{0t} + a_{1t} h$$

مثال: حساب التنبؤ بطريقة التلميس الأسي الثنائي لبراون مع العلم أن $\alpha = 0,2$

جدول 2-2: التنبؤ بطريقة التلميس الأسي الثنائي لبراون

التنبؤ	a_1	a_0	SS	S	y_t	t
-	0	728	728	728	728	J-1
728	7,52	795,68	735,52	765,6	916	F-1
799,84	6,432	793,408	741,952	767,68	776	M-1
825,536	8,3584	817,1776	750,3104	783,744	848	Av-1
807,68	5,73696	801,94304	756,04736	778,9952	760	Mi-1
784,74496	2,86976	781,8752	758,91712	770,39616	736	Ju-1
742,116736	-1,6800384	743,79677	757,237082	750,516928	671	Jui-1
719,190003	-3,80470784	722,99471	753,432374	738,213542	689	Ao-1
654,509294	-9,89230797	664,40160	743,540066	703,970834	567	S-1
686,813268	-5,67267973	692,48594	737,867386	715,176667	760	Oc-1
700,815281	-3,70521047	704,52049	734,162176	719,341334	736	N-1
807,983958	7,38217828	800,60178	741,544354	771,073067	978	D-1
815,372553	7,38281994	807,98973	748,927174	778,458454	808	J-2
843,006352	9,40791781	833,59843	758,335092	795,966763	866	F-2
824,011729	6,56766373	817,44406	764,902755	791,17341	772	M-2
814,974701	5,00719458	809,96750	769,90995	789,938728	785	Av-2
771,192015	0,12820653	771,06380	770,038156	770,550983	693	Mi-2
714,443416	-5,55947408	720,00289	764,478682	742,240786	629	Ju-2
725,906575	-3,85721071	729,76378	760,621472	745,192629	757	Jui-2
701,286734	-5,93347372	707,22020	754,687998	730,954103	674	Ao-2
700,838567	-5,3849431	706,22351	749,303055	727,763282	715	S-2
797,518197	4,82151422	792,69668	754,124569	773,410626	956	Oc-2
824,132432	7,00078634	817,13164	761,125355	789,128501	852	N-2
848,680246	8,75548904	839,92475	769,880844	804,902801	868	D-2
748,763637	-2,11172079	750,87535	767,769124	759,32224	577	J-3
754,346461	-1,34226625	755,68872	766,426857	761,057792	768	F-3
803,66561	3,7238753	799,94173	770,150733	785,046234	881	M-3
863,123242	9,29725088	853,82599	779,447984	816,636987	943	Av_3
828,771196	4,93232122	823,83887	784,380305	804,10959	754	Mi-3
852,595039	6,82147339	845,77356	791,201778	818,487672	876	Ju-3
824,378497	3,31767184	821,06082	794,51945	807,790137	765	Jui-3
783,94477	-1,05746802	785,00223	793,461982	789,23211	715	Ao-3
851,709394	5,82474118	845,88465	799,286723	822,585688	956	S-3
857,650378	5,83636543	851,81401	805,123089	828,46855	852	Oc-3
872,826592	6,77035033	866,05624	811,893439	838,97484	881	N-3
846,066305	3,41728665	842,64901	815,310726	828,979872	789	D-3

832,397159						J-4
1661,37703						F-4
2490,3569						M-4
3319,33677						Av-4
4148,31665						Mi-4
4977,29652						Ju-4
5806,27639						Jui-4
6635,25626						Ao-4
7464,23613						S-4
8293,21601						Oc-4
9122,19588						N-4
9951,17575						D-4

3-2 نموذج التلميس الأسي الثنائي Holt

لقد تم استخدام معامل تلميس واحد لأثر الاتجاه العام في نموذج التلميس الاسي الثنائي لبراون حيث أعطى نفس الأهمية النسبية للزمن للمتوسطات.

فإذا كان أثر الاتجاه العام أكبر من أثر المتوسطات، في هذه الحالة تقوم طريقة هولت بإضافة معامل ترجيح خاص بالعشوائي β إذ لوحظ أن السلسلة الزمنية قليلة التذبذب.

1-3-2 صياغة نموذج Holt: نموذج التلميس لهولت يتضمن معاملين: أحدهما للمتوسط الملسّ a_{0t}، والآخر للانحدار a_{1t} . يتم إجراء تلميسين متميزين[1]:

-تلميس المتوسط a_{0t}مع معامل التلميس α، $\alpha \in [0;1]$ ؛

-تلميس الاتجاه a_{1t} مع معامل التلميس β.، $\beta \in [0;1]$.

في الحالة الخاصة أين $\alpha = \beta$ نموذج هولت يصبح تلميس أسي مزدوج لبراون.

صياغة النموذج:

تلميس المتوسط: $a_{0t} = \alpha x_t + (1-\alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$ [11]

تلميس الاتجاه: $a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1-\beta)a_{1t-1}$ [12]

التنبؤ المحسوب في t عند الأفق h فترة: $x_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$ [13] مع:

x_t هي قيم المشاهدات للسلسلة في الفترة t.

القيم الابتدائي (من أجل t=1)

بالنسبة لمتوسط التلميس $a_{01} = x_1$ ، والاتجاه $a_{11} = 0$

مثال: نفس المثال السابق مع $\beta = 0.2$, $\alpha = 0.3$

[1] Régis Bourbonnais, Jean-Claude Usunier : »Prévision des ventes ; Théorie et pratique, 3e édition, Economica 2001

الحل:

جدول 2-3: التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسي الثنائي Holt

T	y_t	a_0	a_1	التنبؤ
J-1	728	728	0	-
F-1	916	784,4	11,28	795,68
M-1	776	773,984	6,9408	780,9248
Av-1	848	791,33024	9,021888	800,352128
Mi-1	760	775,615846	4,07463168	779,690478
Ju-1	736	760,87885	0,31230612	761,191156
Jui-1	671	733,696581	-5,18660898	728,509972
Ao-1	689	723,918233	-6,10495678	717,813276
S-1	567	681,116233	-13,4443655	667,671867
Oc-1	760	714,192419	-4,14025517	710,052164
N-1	736	723,632872	-1,42411354	722,208758
D-1	978	800,93989	14,3221128	815,262002
J-2	808	793,032444	9,87620104	802,908645
F-2	866	808,00937	10,8963461	818,905716
M-2	772	789,579117	5,0310262	794,610143
Av-2	785	784,683663	3,04573029	787,729394
Mi-2	693	755,046553	-3,49083781	751,555715
Ju-2	629	719,676174	-9,86674615	709,809428
Jui-2	757	737,780044	-4,27262288	733,507421
Ao-2	674	721,636867	-6,64673373	714,990133
S-2	715	724,29852	-4,78505627	719,513464
Oc-2	956	797,158504	10,7439516	807,902455
N-2	852	806,090186	10,3814979	816,471684
D-2	868	817,396082	10,5663774	827,962459
J-3	577	737,880793	-7,44995583	730,430837
F-3	768	752,131524	-3,10981844	749,021706
M-3	881	792,96894	5,67962837	798,648568
Av_3	943	834,002518	12,7504183	846,752936
Mi-3	754	801,07647	3,61512501	804,691595
Ju-3	876	821,022941	6,88139432	827,904336
Jui-3	765	799,399083	1,18034377	800,579427
Ao-3	715	773,253117	-4,28491809	768,968199
S-3	956	831,076625	8,13676702	839,213392
Oc-3	852	831,6579	6,62566874	838,283569
N-3	881	841,822562	7,33346734	849,15603
D-3	789	820,842366	1,67073471	822,513101
J-4				824,183835
F-4				825,85457

827,525305				M-4
829,19604				Av-4
830,866774				Mi-4
832,537509				Ju-4
834,208244				Jui-4
835,878978				Ao-4
837,549713				S-4
839,220448				Oc-4
840,891183				N-4
842,561917				D-4

4_2 نموذج الاتجاه والموسمية (نموذج Holt-Winters):[1]

يتميز تلميس Holt-Winters بقدرته على دمج عنصر موسمي، وبالتالي إجراء حساب التوقعات في معالجة واحدة فقط. هذا هو النموذج الذي يُستخدم بشكل أكثر شيوعًا في برمجيات توقع المبيعات. يتم إجراء ثلاثة تلميسات متميزة:

-تلميس المتوسط مع معامل التلميس α، $\alpha \in [0;1]$ ؛

-تلميس الاتجاه مع معامل التلميس β، $\beta \in [0;1]$ ؛

- تلميس الموسمية مع معامل التلميس γ، $\gamma \in [0;1]$ ؛

2-4-1صياغة النموذج:

-تلميس المتوسط : [14] $a_{0t} = \alpha\left(\frac{x_t}{S_{t-p}}\right) + (1-\alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$

-تلميس الاتجاه : [15] $a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1-\beta)a_{1t-1}$

تلميس الموسمية: تلميس الاتجاه: [16] $S_t = \gamma\left(\frac{x_t}{a_{0t}}\right) + (1-\gamma)S_{t-p}$

التنبؤ في الأفق h فترة:

[17] $\hat{y}_{t+h} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+h} \quad si\ 1 \leq h \leq p$

[18] $\hat{y}_{t+h} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+2} \quad si\ p+1 \leq h \leq 2p$

P: فترات البيانات (p=12 في البيانات الشهرية، p=4، في البيانات الفصلية).

القيم الابتدائية:(بالنسبة للسنة الأولى، t=1, p).

حالة النموذج الجدائي:

[1] Régis Bourbonnais, Jean-Claude Usunier : »Prévision des ventes ; Théorie et pratique, 3e édition, Economica 2001

المعاملات الموسمية للسنة الأولى تُقَدّر بقسمة القيمة المشاهدة في t (y_t) على المتوسط الحسابي $\bar{y}$ لـ p المشاهدات الأولى للسنة الأولى).

$$S_t = \frac{y_t}{\bar{y}} \quad , t = 1 , p$$

-القيمة الابتدائية للتلميس المتوسط : $a_{0p} = \bar{y}$

--القيمة الابتدائية للاتجاه: $a_{1p} = 0$

مثال: نفس المثال السابق مع $\gamma = 0.1$

الحل:

جدول 2-4 : التنبؤ باستخدام نموذج الاتجاه و الموسمية(نموذج Holt-Winters)

التنبؤ	S	a_1	a_0	y_t	t
	0,85345838			728	J-1
	1,07385698			916	F-1
	0,90973036			776	M-1
	0,99413834			848	Av-1
	0,89097304			760	Mi-1
	0,86283705			736	Ju-1
	0,7866354			671	Jui-1
	0,8077374			689	Ao-1
	0,66471278			567	S-1
	0,89097304			760	Oc-1
	0,86283705			736	N-1
	1,14654162	0	853	978	D-1
728	0,85981392	5,62417582	881,12087	808	J-2
952,237363	1,06685924	0,80580441	862,65319	866	F-2
785,514872	0,90862904	-0,08555016	859,00222	772	M-2
853,881998	0,98838536	-4,24283865	838,13023	785	Av-2
742,971187	0,88669186	-7,6080036	817,06157	693	Mi-2
698,426527	0,85664863	-12,4357884	785,31464	629	Ju-2
607,973872	0,79920822	-1,06893716	829,71311	757	Jui-2
669,32689	0,80813133	-0,72181126	830,37980	674	Ao-2
551,484271	0,67738201	14,0378625	903,45636	715	S-2
817,462616	0,90103133	23,3672616	964,14122	956	Oc-2
852,058902	0,86283287	23,3631656	987,48800	852	N-2
1158,98293	1,12475012	8,13565379	934,71361	868	D-2
810,674924	0,84082296	-8,1707761	861,31711	577	J-3
910,187057	1,05461928	-16,1673543	813,16344	768	F-3
724,173793	0,92156278	-5,81156331	848,77504	881	M-3
833,172769	0,99715852	0,85550611	876,29883	943	Av_3

777,765613	0,88477774	-0,75264754	869,11356	754	Mi-3
743,88019	0,86676025	8,50107488	914,62953	876	Ju-3
737,773569	0,80125016	10,5450802	933,35063	765	Jui-3
762,791704	0,80451917	6,996768	926,15415	715	Ao-3
632,099651	0,69844185	35,6866661	1076,6004	956	S-3
1002,20551	0,89113335	25,6844274	1062,2759	852	Oc-3
938,72792	0,85904881	21,6701214	1067,8888	881	N-3
1225,48151	1,09335303	-1,61406432	973,13797	789	D-3
971,523912					J-4
969,909847					F-4
968,295783					M-4
966,681719					Av-4
965,067654					Mi-4
963,45359					Ju-4
961,839526					Jui-4
960,225461					Ao-4
958,611397					S-4
956,997333					Oc-4
955,383268					N-4
953,769204					D-4

حالة النموذج التجميعي:

النموذج الجمعي لطريقة هولت-وينترزأقل استخداماً وشيوعاً مقارنة بالنموذج الجدائي، ويعزى ذلك بشكل أساسي إلى افتراضه ثبات التأثيرات الموسمية بمرور الوقت، وهو ما قد لا يتحقق في الواقع العملي.

تعتمد آلية عمل تمهيد هولت-وينترز للنموذج الجمعي على تجزئة عملية التنبؤ إلى مكوناتها الأساسية، وتقدير قيمة كل مكون على حدة. بعد ذلك، يتم دمج هذه المكونات المقدرة لإنتاج القيمة المتوقعة النهائية. يتم ترجيح قيم الحاضر والماضي في هذه العملية باستخدام معاملات التمهيد: ألفا(α) ، بيتا(β) ، وجاما.(γ)

يتميز النموذج الجمعي بصيغة مختلفة عن النموذج الجدائي في طريقة معالجة الموسمية؛ حيث يتم احتساب التأثيرات الموسمية عن طريق الجمع (بدلاً من الضرب) وتتم إزاحتها عن طريق الطرح (بدلاً من القسمة).
حيث المركبات الثلاثة تقدر كما يلي:[1]

[1] Brügner, H. (2017). Holt-Winters Traffic Prediction on Aggregated Flow Data. Seminars FI / IITM SS 17,Network Architectures and Services, September 2017 (pp. 25-32). Munich: Technical University of Munich. doi:10.2313/NET-2017-09-1_04

$$a_{0t} = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1}) \ldots\ldots (19)$$

$$a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1-\beta)\, a_{1t-1} \ldots\ldots (20)$$

$$S_t = \gamma(y_t - a_{0t}) + (1-\gamma)S_{t-p} \ldots\ldots (21)$$

$$\hat{y}_t(h) = (a_{0t} + h\, a_{1t}) + S_{t+h-p} \ldots\ldots (22)$$

لا يختلف تعريف المركبات والمعاملات عن النموذج الجدائي

مراحل الحساب:

1. تحديد النموذج:

يتم التحقق من وجود موسمية واضحة ومستقلة.

أولا نحسب الوسط الحسابي للسلسلة الزمنية

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2 + \cdots + y_p)}{p}$$

$$S_t = y_t - \bar{y}, t = 1, 2, \ldots p$$

$$S_1 = y_1 - \bar{y}, S_2 = y_2 - \bar{y}, \quad S_3 = y_3 - \bar{y}, \ldots t = 1, \ldots p$$

$$a_{0p} = y_p - S_p \ , \quad a_{1p} = 0$$

$$\hat{y}_t(h) = (a_{0t} + h\, a_{1t}) + S_{t+h-p} \ldots\ldots (22)$$

-3 التلميس والتنبؤ:

الآن وبعد أن تم الانتقال إلى النافذة الزمنية الثانية، سيتم استكمال عملية التمهيد الأولي للنموذج للفترة الثانية، وذلك بالاستعانة بالمعادلات من 19 إلى 22. بعد ذلك، سنباشر في عملية التنبؤ بالقيم المستقبلية، معتمدين على المعادلة 19، مع مراعاة ضبط أفق التنبؤ (h) حسب المدة التي نريد التنبؤ بها. والأهم، أننا سنستفيد من معلومات الموسمية التي استخلصناها من النافذة الزمنية السابقة لتضمينها في توقعاتنا.

مثال: البيانات التالية هي للمبيعات الثلاثية في سنوات 2020، 2021، 2022

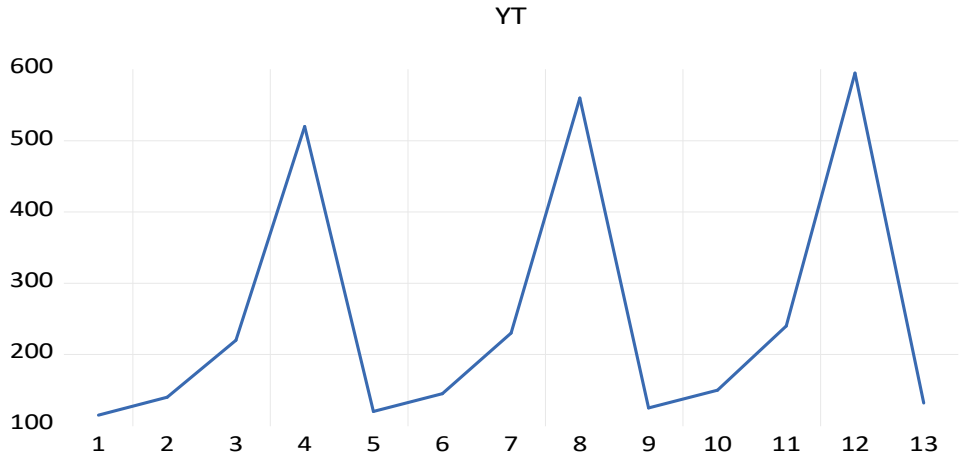
Year	2020				2021				2022			
Qtr	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Sales	115	140	220	520	120	145	230	560	125	150	240	595

إذا علمت أن البيانات تتضمن موسمية مستقرة نافذتها 4، استخدم معاملات التمهيد 0.2، 0,1، 0.6 للقيام بتلميس هولت وينتر للنموذج التجميعي.

أحسب القيم المتوقعة للمبيعات في السنة المقبلة.

الحل:

1. تحديد النموذج من خلال الرسم:



الرسم البياني يظهر أن التلميس الاسي البسيط لا يصلح لتلميس السلسلة نظرا لوجود موسمية وتوجه، والتلميس الاسي المضاعف أيضا لا يصلح نظرا لوجود موسمية، بقي النموذج المناسب هو تلميس هولت وينترز وبما أن الموسمية مستقرة يمكن استخدام النموذج التجميعي. نافذة الموسمية كما يبينها الرسم هي.p = 4

2. نحسب معاملات الموسمية الأربع ثم a_{0p} ثم:a_{1p}

$$\bar{y} = \frac{(115 + 140 + 220 + 520)}{4} = 248{,}75$$

$$S_1 = y_1 - \bar{y} = 115 - 248{,}75 = -133{,}75$$
$$S_2 = y_2 - \bar{y} = 140 - 248{,}75 = -108{,}75\,,$$
$$S_3 = y_3 - \bar{y} = 220 - 248{,}75 = -28{,}75$$
$$S_4 = y_4 - \bar{y} = 520 - 248{,}75 = 271{,}25$$

$a_{04} = y_4 - S_4 = 520 - 271{,}25 = 248{,}75$

$a_{14} = 0$

3- التلميس والتنبؤ باستخدام المعادلات لحساب a_{0t}، a_{1t}، S_t،

$\hat{y_t}(h) = (a_{0t} + h\, a_{1t}) + S_{4+1-4}$

$\hat{y_4}(1) = (248{,}75 + 1 \times 0) + (-133{,}75) = 115$

$a_{05} = 0.2(y_5 - S_{5-4}) + 0.8(a_{05-1} + a_{15-1}) = 0.2(120 - (-133.75)) + 0.8(248,75 + 0) = 249,75$

$a_{15} = \beta(a_{05} - a_{05-1}) + (1 - \beta)\, a_{15-1}$

$a_{15} = 0,1(249,75 - 248,75) + 0,9 * 0 = 0,1$

$S_5 = 0.6(y_5 - L_5) + 0.4S_{5-4} = 0.6(120249,75) + 0.4(-133.75) = -131,35$

$\hat{y_5}(1) = (248,75 + 1 *0) + (-133,75) = 115$

t	y_t	a_{0t}	a_{1t}	S_t	التنبؤ	خطأ التنبؤ
1	115			-133,75		
2	140			-108,75		
3	220			-28,75		
4	520	248,75	0	271,25	115	405
5	120	249,75	0,1	-131,35	141,1	-21,1
6	145	250,47	0,162	-106,782	222,058	-76,882
7	230	251,9964	0,29844	-24,6978	523,98324	-293,544
8	560	259,1083	0,979792	289,0349	129,64377	431,2618
9	125	257,7728	0,748262	-132,204	154,15131	-26,7391
10	150	256,9760	0,593758	-106,898	236,14248	-82,872
11	240	258,0454	0,641317	-20,7064	551,34829	-307,722
12	595	267,1162	1,484272	312,3442	139,79304	458,6031
1					**164,50141**	-27,607
2					**252,11727**	
3					**586,52582**	
4					**278,86642**	

خلاصة

نماذج التنعيم الأسي هي طرق تنبؤ حاسمة اكتشفها هولت وبراون في عام 1962. تعتمد هذه النماذج على التناقص التدريجي لأهمية المعلومات بمرور الوقت، ونقص التخزين الواسع لكميات كبيرة من البيانات التاريخية، والقدرة على التمييز بين أربعة أنواع من الأساليب .

المبدأ الأساسي للتنعيم الأسي هو أن بيانات السلاسل الزمنية تكون أكثر أهمية كلما كانت أكثر حداثة. لإجراء توقع، من الضروري تخصيص وزن متناقص للمعلومات بناءً على المسافة الزمنية. تسمح هذه الطريقة بتلخيص هذه التاريخ في عدد قليل من المعلمات، مما يتيح التحديثات القياسية باستخدام حسابات بسيطة نسبيًا .

نموذج التنعيم الأسي البسيط هو نوع من النماذج التي تستخدم متوسطًا مرجحًا لأحدث ملاحظة فعلية وآخر قيمة ملساء. إنه فعال في توقعات المبيعات عندما تتأثر السلسلة في اتجاه معين، ولكنه لا يُستخدم في الممارسة العملية .

يُستخدم نموذج براون (1959) في السلاسل الزمنية ذات الاتجاه العام، حيث يتم تقدير تأثير الاتجاه العام من خلال أخذ المتوسطات التي تم الحصول عليها من خلال التنعيم الأسي البسيط S_t ثم استخدامها للحصول على أرقام جديدة (أرقام مزدوجة التنعيم SS_t).

نموذج التنعيم المضاعف لهولت يستخدم ثابت تنعيم واحد لتأثير الاتجاه العام، مما يعطي نفس الأهمية النسبية للوقت بالنسبة للمعدلات. نموذج هولت-وينترز يتضمن مكونًا موسميًا، ويقوم بإجراء حسابات التنبؤ في خطوة واحدة.

5-2 سلسلة تمارين الفصل الثاني

تمرين1:

أحسب التنبؤ بطريقة التلميس الأسي الثنائي لبراون مع العلم أن $\alpha = 0,2$

الحل

أثر المتوسطات ← $y_t = 2S_t - SS_t$, $y_t - S_t = S_t - SS_t$

نتنبأ بقيم الظاهرة من خلال العلاقة [5]

يُطبق نموذج التلميس الأسي على السلسلة الزمنية التي تحتوي على اتجاه و صياغتها كالاتي:

$$y_t = a_{0t} + a_{1t}t$$

بحيث:

$$a_{1t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t) \quad , \quad a_{0t} = 2S_t - SS_t$$

يعطى التنبؤ للآفاق h بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + a_{1t}h$$

جدول 2-5: مثال على التنبؤ بطريقة التلميس الأسي الثنائي لبراون

t	y_t	a_0	a_1	S	SS	التنبؤ
J-1	528	728	0	728	728	
F-1	716	723,68	-0,48	725,6	727,52	728
M-1	576	670,208	-6,368	695,68	721,152	663,84
Av-1	648	658,1376	-7,0016	686,144	714,1504	651,136
Mi-1	560	618,32704	-10,64704	660,9152	703,50336	607,68
Ju-1	536	581,8752	-13,51424	635,93216	689,98912	568,36096
Jui-1	471	533,311014	-17,4086784	602,945728	672,580442	515,902336
Ao-1	489	506,217495	-18,4847718	580,156582	654,09567	487,732723
S-1	367	444,268943	-23,3140808	537,525266	630,781589	420,954862
Oc-1	560	471,011112	-17,7522753	542,020213	613,029314	453,258836
N-1	536	483,045655	-14,4426287	540,81617	598,586685	468,603027
D-1	778	579,985937	-2,06674978	588,252936	596,519935	577,919187
J-2	606	588,02828	-0,94351727	591,802349	595,576418	587,084763
F-2	666	615,494248	2,21309223	606,641879	597,78951	617,70734
M-2	572	601,252698	0,38479862	599,713503	598,174309	601,637496
Av-2	585	595,647998	-0,28070124	596,770803	597,893608	595,367296
Mi-2	493	558,51507	-4,3753931	576,016642	593,518215	554,139677
Ju-2	429	509,089393	-9,38098016	546,613314	584,137234	499,708413
Jui-2	557	520,333384	-7,08931668	548,690651	577,047918	513,244068
Ao-2	474	499,116203	-8,65907938	533,752521	568,388838	490,457124

491,615195	560,711474	530,002017	-7,67736433	499,292559	515	S-2
589,691753	563,609502	575,201613	2,89802787	586,793725	756	Oc-2
617,513079	568,99986	590,561291	5,39035776	612,122722	652	N-2
643,098205	576,409694	606,049033	7,40983458	635,688371	668	D-2
544,068758	573,175601	560,239226	-3,23409363	547,302851	377	J-3
550,407161	570,898757	561,791381	-2,27684395	552,684005	568	F-3
600,367453	573,845626	585,633105	2,94686961	597,420583	681	M-3
660,367341	582,497798	617,106484	8,6521715	651,71517	743	Av_3
626,472576	586,895276	604,485187	4,39747785	622,075098	554	Mi-3
650,681024	593,27385	618,78815	6,3785748	644,302449	676	Ju-3
622,787189	596,225184	608,03052	2,95133386	619,835855	565	Jui-3
582,623647	594,865031	589,424416	-1,3601537	583,983801	515	Ao-3
650,614035	600,439931	622,739533	5,57490041	645,039134	756	S-3
656,743321	606,07027	628,591626	5,63033903	651,112982	652	Oc-3
672,076332	612,670876	639,073301	6,60060618	665,475726	681	N-3
645,446405	615,948429	629,058641	3,27755291	642,168852	589	D-3
832,397159						J-4
1661,37703						F-4
2490,3569						M-4
3319,33677						Av-4
4148,31665						Mi-4
4977,29652						Ju-4
5806,27639						Jui-4
6635,25626						Ao-4
7464,23613						S-4
8293,21601						Oc-4
9122,19588						N-4
9951,17575						D-4

نفس معطيات التمرين السابق مع $\beta = 0.2$, $\alpha = 0.3$

الحل:

صياغة النموذج:

تلميس المتوسط: $a_{0t} = \alpha x_t + (1-\alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$

تلميس الاتجاه: $a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1-\beta)a_{1t-1}$

التنبؤ المحسوب في t عند الأفق h فترة: $x_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$ مع:

x_t هي قيم المشاهدات للسلسلة في الفترة t.

القيم الابتدائي (من أجل t=1)

بالنسبة لمتوسط التلميس $a_{01} = x_1$ ، والاتجاه $a_{11} = 0$

جدول 2-6 : حل المثال على التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسي الثنائي Holt

التنبؤ	a_1	a_0	y_t	t
	0	728	528	J-1
723,68	-0,72	724,4	716	F-1
671,0048	-9,3792	680,384	576	M-1
669,100928	-8,133312	677,23424	648	Av-1
635,355246	-12,4020403	647,757286	560	Mi-1
608,020745	-14,8907838	622,911529	536	Ju-1
568,81901	-18,942609	587,761619	471	Jui-1
552,96514	-18,4278191	571,392959	489	Ao-1
498,548607	-24,4259382	522,974545	367	S-1
537,280746	-13,8995919	551,180338	560	Oc-1
546,2714	-10,0845509	556,355951	536	N-1
636,551191	6,64283932	629,908351	778	D-1
621,035631	2,94977287	618,085858	606	J-2
635,216958	4,82169859	630,39526	666	F-2
609,180098	-0,32139453	609,501493	572	M-2
600,693811	-1,68220996	602,376021	585	Av-2
563,067942	-7,67281985	570,740762	493	Mi-2
520,021	-13,5685068	533,589507	429	Ju-2
542,560025	-7,55058493	550,11061	557	Jui-2
523,012814	-9,55002264	532,562836	474	Ao-2
526,622216	-7,35678512	533,979001	515	S-2
614,200832	8,46578175	605,73505	756	Oc-2
622,051801	8,36331292	613,688488	652	N-2
632,9061	8,77847724	624,127623	668	D-2
534,810539	-9,03386238	543,844402	377	J-3
552,901772	-4,51301327	557,414785	568	F-3
602,085983	4,43652414	597,649459	681	M-3
649,798193	11,6491384	638,149054	743	Av_3
607,389429	2,6394881	604,749941	554	Mi-3
630,294383	6,01706568	624,277317	676	Ju-3
602,6968	0,41462433	602,282176	565	Jui-3
570,844008	-4,9632785	575,807286	515	Ao-3
640,875194	7,53579902	633,339395	756	S-3
639,755781	6,09326364	633,662517	652	Oc-3
650,460281	6,86180296	643,598478	681	N-3
623,668554	1,2528813	622,415672	589	D-3
824,183835				J-4
825,85457				F-4
827,525305				M-4
829,19604				Av-4
830,866774				Mi-4
832,537509				Ju-4
834,208244				Jui-4
835,878978				Ao-4
837,549713				S-4

Oc-4				839,220448
N-4				840,891183
D-4				842,561917

نفس معطيات التمرين السابق مع $\gamma = 0.1$

الحل:

صياغة النموذج:

-تلميس المتوسط : $a_{0t} = \alpha\left(\frac{x_t}{S_{t-p}}\right) + (1-\alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$

-تلميس الاتجاه : $a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1-\beta)a_{1t-1}$

تلميس الموسمية: تلميس الاتجاه: $S_t = \gamma\left(\frac{x_t}{a_{0t}}\right) + (1-\gamma)S_{t-p}$

التنبؤ في الأفق h فترة:

$$\hat{y}_{t+h} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+h} \quad si\ 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{y}_{t+h} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+2h} \quad si\ p+1 \leq h \leq 2p$$

P: فترات البيانات (p=12 في البيانات الشهرية، p=4، في البيانات الفصلية).

القيم الابتدائية:(بالنسبة للسنة الأولى، t=1, p).

المعاملات الموسمية للسنة الأولى تُقَدّر بقسمة القيمة المشاهدة في t (y_t) على المتوسط الحسابي $\bar{y}$ لـ p المشاهدات الأولى للسنة الأولى).

$$S_t = \frac{y_t}{\bar{y}} \quad , t = 1, p$$

-القيمة الابتدائية للتلميس المتوسط : $a_{0p} = \bar{y}$

--القيمة الابتدائية للاتجاه: $a_{1p} = 0$

مثال: نفس المثال السابق مع $\gamma = 0.1$

جدول 2-7 : حل المثال على التنبؤ باستخدام نموذج الاتجاه و الموسمية(نموذج Holt-Winters)

التنبؤ	S	a_1	a_0	y_t	t
	0,61899179			528	J-1
	0,83939039			716	F-1
	0,67526377			576	M-1
	0,75967175			648	Av-1
	0,65650645			560	Mi-1
	0,62837046			536	Ju-1
	0,55216882			471	Jui-1
	0,57327081			489	Ao-1
	0,43024619			367	S-1
	0,65650645			560	Oc-1
	0,62837046			536	N-1
	0,91207503	0	653	778	D-1

404,201641	0,63780615	19,5606818	750,803409	606	J-2
646,636212	0,84113423	20,944814	777,284752	666	F-2
539,01551	0,67810417	23,8756234	812,883613	572	M-2
635,662351	0,75532971	19,8742359	816,752299	585	Av-2
549,250714	0,6516508	14,7333224	810,921967	493	Mi-2
518,817392	0,62033849	6,15710204	782,774188	429	Ju-2
435,623256	0,56210753	19,3461928	854,876744	557	Jui-2
501,16649	0,5710596	16,502878	860,006362	474	Ao-2
377,114761	0,44016953	35,7316696	972,653198	515	S-2
662,011168	0,66276442	44,3215775	1051,33441	756	Oc-2
688,477852	0,62600229	40,8384871	1078,24053	652	N-2
1020,68403	0,88746281	17,6374991	1003,07408	668	D-2
651,016126	0,61629842	-8,13987457	891,824711	377	J-3
743,297567	0,826191	-20,644245	821,162984	568	F-3
542,835099	0,68932869	-8,41914097	861,644259	681	M-3
644,466285	0,76305906	-0,59206523	892,360497	743	Av_3
581,121614	0,64949164	-3,08925669	879,282474	554	Mi-3
543,536377	0,63020014	9,72280888	940,253546	676	Ju-3
533,988858	0,56435348	13,0329736	966,527178	565	Jui-3
559,387228	0,56781031	8,36930335	956,2418	515	Ao-3
424,592414	0,45965617	53,5438415	1190,48379	756	S-3
824,497251	0,65240819	37,9276817	1165,94684	652	Oc-3
753,62821	0,62165356	30,9665369	1169,06879	681	N-3
1064,98672	0,85539847	-1,21419589	1039,13167	589	D-3
971,523912					J-4
969,909847					F-4
968,295783					M-4
966,681719					Av-4
965,067654					Mi-4
963,45359					Ju-4
961,839526					Jui-4
960,225461					Ao-4
958,611397					S-4
956,997333					Oc-4
955,383268					N-4
953,769204					D-4