مفاهيم عامة عن السلاسل الزمنية

أهداف الفصل الأول

-فهم الهيكل الأساسي للسلسلة الزمنية.
-التعرف على مكونات السلسلة الزمنية.
- التمييز بين المخطط التجميعي الجدائي
- الكشف عن وجود الاتجاه العام والموسمية.
-التعرف على طرق تفكيك السلسلة الزمنية.

المفاهيم الرئيسية

جدول Buys-Ballot
تحليل التباين (اختبار فيشر)
مبدأ الحفاظ على الحيز
تعديل المعاملات الموسمية
المتوسط المتحرك.

تمهيد

تاريخ تحليل السلاسل الزمنية غني ومتنوع، حيث تطور على مرّ العقود مع التقدم التكنولوجي وتطور المنهجيات الإحصائية. تحليل السلاسل الزمنية هو فرع من علم الإحصاء يركز على دراسة البيانات المجمعة على فترات زمنية منتظمة، ويهدف إلى فهم السلوك التاريخي للمتغيرات والتنبؤ بقيمها المستقبلية. تتكون السلسلة الزمنية من مركبات رئيسية: الاتجاه، الذي يعبر عن الاتجاه العام على مدى فترة طويلة؛ الموسمية، التي تتعلق بالتغيرات المنتظمة في فترات محددة؛ والتقلبات، التي تمثل التغيرات العشوائية. توجد عدة تقنيات مستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية. واحدة من الطرق الأساسية هي التفكيك، والتي تتضمن تقسيم السلسلة الزمنية إلى مكوناتها. يمكن أن تكون طرق التفكيك تجميعية أو جدائي، اعتمادًا على العلاقة بين المكونات. تشمل نماذج التنبؤ الشائعة نموذج التنبؤ الأسي الذي يعتمد على إعطاء أوزان متناقصة أسيًا للملاحظات السابقة، مما يسمح باستجابة سريعة للتغيرات الحديثة.
دراسة الاستقرارية تعتبر ضرورية لفحص مدى ثبات الخصائص الإحصائية للسلسلة مع الزمن، ويمكن استخدام تحليل دوال الارتباط الذاتي (ACF) و PACFاللذان يساعدان في الإجابة عن مجموعة من الأسئلة المهمة المتعلقة بالسلاسل الزمنية. أولاً، يمكن استخدامهما لتحديد ما إذا كانت السلسلة الزمنية الملاحظة تمثل ضوضاء بيضاء أو سلوكاً عشوائياً. ثانياً، يمكن للمخطط أن يكشف عن وجود ارتباط بين الملاحظات المتجاورة، أو بين الملاحظات البعيدة والملاحظات المجاورة. وأخيراً، يمكن الاستفادة من (ACF) و (PACF) لتقييم إمكانية نمذجة السلسلة الزمنية باستخدام نموذجMA و AR، وفي حال كانت الإجابة إيجابية، يمكن تحديد ترتيب النموذج المناسب.. كما يتم اجراء اختبارات احصائية مثل اختبار ديكي-فولر لاختبارها.
يُعد تحليل السلاسل الزمنية أداة قوية في اتخاذ القرارات المستندة إلى البيانات المتاحة. يعتبر تحليل السلاسل الزمنية فرعا من فروع القياس الاقتصادي الذي يدرس سلوك البيانات عبر الزمن وكيفية تغيرها وتطورها مع مرور الوقت. يتم استخدام تحليل السلاسل الزمنية في الاقتصاد والإحصاء لفهم الاتجاهات والتغيرات في البيانات الاقتصادية مثل إجمالي الناتج المحلي، التضخم، سعر الصرف، وغيرها. يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على الفرضيات حول تسلسل البيانات والعلاقات السببية بينها، ويستخدم العديد من الأدوات الإحصائية والمخططات البيانية لتحليل هذه البيانات واستخلاص النتائج.

1-1 تعريف تحليل السلاسل الزمنية:

تحليل السلاسل الزمنية هو عملية فحص واستكشاف البيانات التي تُقدم في شكل تسلسل زمني، حيث يتم تسجيل القيم أو المقاييس على فترات زمنية منتظمة. تشمل هذه العملية البحث عن أنماط، وفهم الاتجاهات، وتوقع القيم المستقبلية.

1-1-1 الخطوات الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية:

أ-**استكشاف البيانات (Exploratory Data Analysis - EDA):** تتم بفحص السلسلة الزمنية لفهم مظاهرها الأساسية، مثل الاتجاهات والتذبذب والقيم الشاذة.

ب-**التحليل الإحصائي** :نستخدم تقنيات الإحصاء لتحليل السلاسل الزمنية، مثل الانحدار الزمني **(Time Series Regression)** وتحليل التباين وتقنيات التنبؤ.

ج-**تحليل الاتجاهات** :**(Trend Analysis)** نبحث عن الاتجاهات الطويلة الأمد في السلسلة الزمنية. هل هناك ارتفاع أو هبوط مستمر على المدى الطويل؟

د-**تحليل المواسم :(Seasonal Analysis)** نكتشف الأنماط المتكررة على فترات زمنية معينة، مثل التقلبات السنوية أو الربع سنوية.

هـ-**تحليل الدورات :(Cycle Analysis)** نبحث عن دورات متوسطة الأمد في البيانات. هل هناك أنماط تكرر بانتظام على فترات زمنية متوسطة؟

و-**التنبؤ :(Forecasting)** نستخدم النماذج التنبؤية لتوقع القيم المستقبلية باستناد إلى الأنماط التي تم تحليلها.

ن-**مراقبة الأداء** :**(Performance Monitoring)** بمجرد تحديد النماذج و الاتجاهات، نقم بمراقبة الأداء الفعلي مقابل التوقعات.

ز-**تحسين النماذج:** نقم بتحسين نماذج التحليل والتنبؤ باستمرار عند الحاجة، مع تحديثها لتشمل المزيد من البيانات.

2-1-1 الأهداف:

تحليل السلاسل الزمنية يساعد في فهم النماذج الزمنية والتغييرات التي قد تكون مستدامة أو مؤقتة، مما يمكن من اتخاذ قرارات أفضل وتحسين الأداء في مجموعة متنوعة من المجالات.

تهدف تحليل السلاسل الزمنية إلى استخراج معلومات ذات دلالة من البيانات التي تتغير مع مرور الوقت. تعتبر السلاسل الزمنية مجموعات من البيانات تُرتب حسب البُعد الزمني، مثل القياسات التي تُجرى في فترات زمنية منتظمة.

الهدف الرئيسي من هذا التحليل هو فهم الاتجاهات والأنماط والدورات والتغييرات في سلوك البيانات مع مرور الوقت. فيما يلي بعض من الأهداف الرئيسية لتحليل السلاسل الزمنية:

- **التنبؤ:** إحدى التطبيقات الأكثر شيوعًا هي التنبؤ بالقيم المستقبلية من خلال فهم النماذج السابقة، يمكن تقدير القيم المستقبلية لاتخاذ قرارات مستنيرة.
- إكتشاف الاتجاهات والأنماط: يُمكن من خلال تحليل السلاسل الزمنية اكتشاف الاتجاهات العامة والأنماط المتكررة، مما يساعد في تحديد أنماط سلوك مهمة.
- إكتشاف الشذوذ: من خلال تحديد التغييرات غير المعتادة في البيانات، يُمكن اكتشاف الشذوذ، والأعطال، والأحداث الاستثنائية التي تتطلب اهتمامًا خاصًا.
- التحسين واتخاذ القرارات: فهم الأنماط الزمنية يمكن أن يساعد في تحسين العمليات واتخاذ قرارات مستنيرة من خلال التنبؤ بالتغييرات المستقبلية.
- مراقبة الجودة: في مجالات مثل التصنيع، والطاقة، والصحة، يُمكن استخدام تحليل السلاسل الزمنية لرصد جودة العمليات مع مرور الوقت.
- النمذجة الإحصائية: يمكن تطبيق نماذج إحصائية، مثل نماذج ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average)ونماذج الانحدار، لفهم وتوقع سلوك السلاسل الزمنية.
- دراسة الدورات الموسمية: في بعض السلاسل الزمنية، قد تظهر تغييرات موسمية منتظمة (على سبيل المثال، زيادة مبيعات الألعاب خلال العطل). يُمكن تحليل السلاسل الزمنية لتسليط الضوء على هذه الدورات.
- تقليل الضوضاء: من خلال تحديد المكونات الهامة في سلسلة زمنية، يمكن تقليل الضوضاء وإبراز العناصر الأساسية.

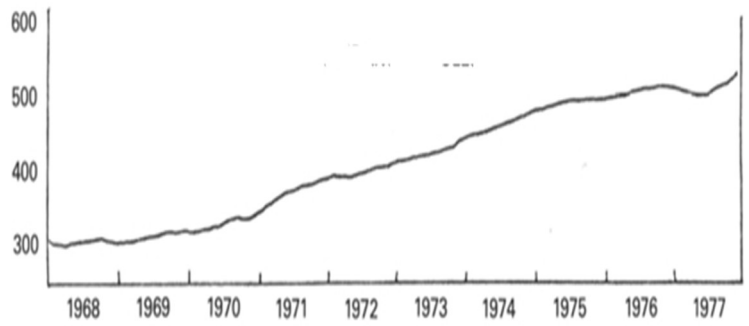
بإجمال، يوفر تحليل السلاسل الزمنية أدوات وتقنيات تُمكّن من استخلاص معلومات قيّمة من البيانات الزمنية، مما يكون ذا أهمية في العديد من المجالات مثل الاقتصاد، والتمويل، وعلم الأرض، والصحة، والإنتاج، وغيرها من القطاعات.

2-1 المركبات الأساسية للسلاسل الزمنية

لقد اعتمد الباحث Persons1919 في المقام الأوّل على تحليل الرسومات الذي يسمح بتمثيل الظاهرة الدورية وتطبيق أساليب احصائية عديدة على الخصوص الاحصاء الاستدلالي، فكان نهجه يتمثل في عزل وقياس الظواهر التي يراها مسؤولة عن الحركة الدورية. وباستخدام الأداة الرسومية وجد أربعة أنواع من التغيرات وهي تعتبر مركبات أو مكونات السلاسل الزمنية الرئيسية التي تصف مصادر التغيير المختلفة التي قد تكون موجودة في البيانات على مر الوقت وهي كالتالي:

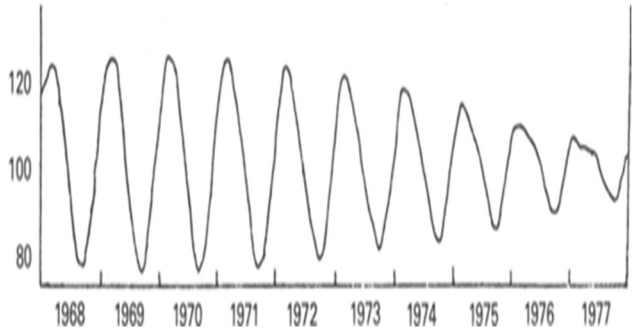
1-2-1 الاتجاه (Trend T_t): يمثل الاتجاه العام الذي تتحرك فيه البيانات على مر الوقت. يمكن أن يكون صاعدًا، هابطًا أو ثابتًا. يلتقط الاتجاه التغييرات طويلة الأمد ويشير إلى ما إذا كانت القيم تتجه نحو الارتفاع، الانخفاض أو الثبات.

الشكل 1-1: الاتجاه العام



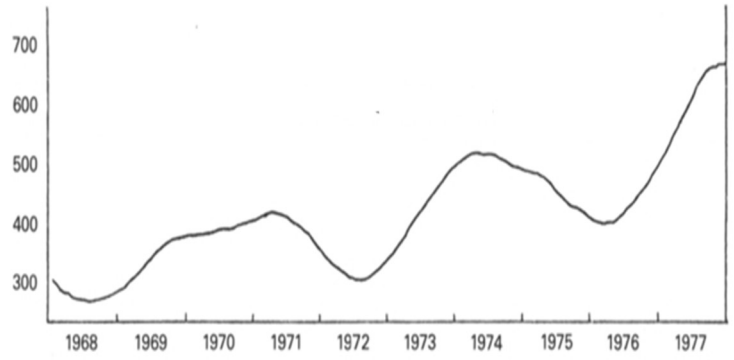
2-2-1 الموسمية:(Seasonality S_t) تشير الموسمية إلى التغيرات الدورية أو الدورية التي تحدث في فترات منتظمة.تكون هذه التغيرات غالبًا مرتبطة بعوامل موسمية، مثل فصول السنة، أشهر السنة، أيام الأسبوع، إلخ.يمكن أن تكون الموسمية يومية، شهرية، سنوية، إلخ.

الشكل 1-2: الموسمية



3-2-1 الدورية:(CycleC_t) الدورية هي تغيير متكرر ولكنه غير دوري غالبًا، على عكس الموسمية، يمكن أن تتغير فترة الدورة، ولا تكون بالضرورة مرتبطة بوحدات زمن محددة. على سبيل المثال، الدورات الاقتصادية التي قد تكون لها فترات متغيرة.

الشكل 1-3: الدورية



4-2-1 التشويش:(Noise U_t) تمثل الجزء العشوائي أو غير النظامي في البيانات الشكل 4. يلتقط التقلبات العشوائية التي لا يمكن تصنيفها ضمن الاتجاه، الموسمية أو الدورة. يمكن أن تكون ناتجة عن مصادر متنوعة، بما في ذلك أخطاء القياس، والأحداث غير المتوقعة، إلخ.

الشكل 1-4: العشوائية



يعد فهم هذه المكونات أمرًا ضروريًا لنمذجة وتحليل السلاسل الزمنية بشكل فعال. غالبًا ما تُستخدم طرق التحليل، مثل تحليل السلاسل الزمنية، لعزل هذه المكونات وفهم السلوك الأساسي للبيانات مع مرور الوقت.

3-1 أشكال السلسلة الزمنية:

إن القيم المشاهدة Y_t في لحظة زمنية t هي بدلالة المكونات السابقة الذكر وتكتب العلاقة: $Y_t = f(T_t , C_t , S_t , U_t)$ لكن باستبعاد الدورات لأنها في الغالب تحدث في السلاسل الزمنية الطويلة جداً نكتب: $Y_t = f(T_t , S_t , U_t)$.

يمكن تمثيل هذه السلسلة الزمنية بالنماذج التالية:

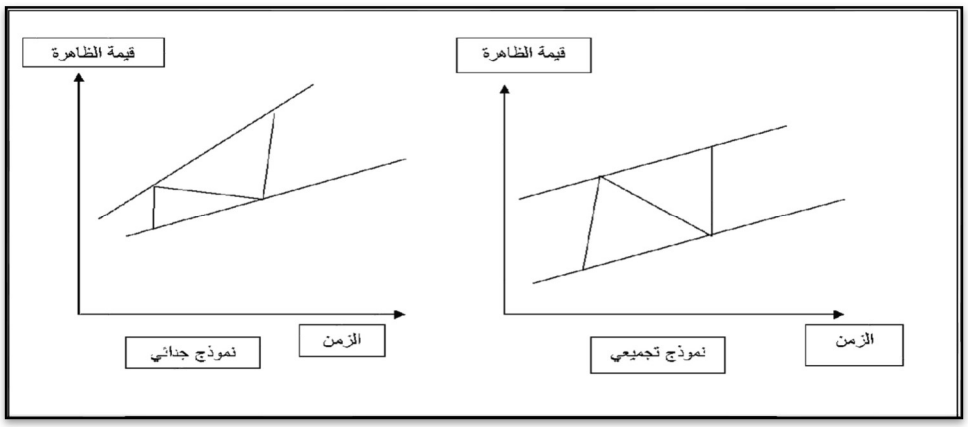
- النموذج التجميعي ..... $y_t = T_t + S_t + U_t$ (1)
- النموذج الجدائي التام..... $y_t = T_t * S_t * U_t$ (2)

- النموذج الجدائي ..... $y_t = (T_t + S_t) * U_t$ 3

النموذج التجميعي يفترض الذي يفترض الاستقلالية (العمودية) للمكونات المختلفة.
النموذج الجدائي حيث تكون المكونة الموسمية مرتبطة بالاتجاه (موسمية مرنة مع تغير في السعة بمرور الوقت).
النموذج الجدائي التام (التفاعل العام للمكونات الثلاثة). هو حاليًا الأكثر استخدامًا في الاقتصاد. من السهل ذلك لأن ادخال اللوغاريتم على النموذج يؤدي إلى النموذج التجميعي.
لمعرفة طبيعة النموذج يمكن الاستعانة بالأسلوب البياني أو القيام باختبار Buys-Ballot

1-3-1 الأسلوب البياني: يمكن ملاحظة ما إذا كانت ذبذبات السلسلة الزمنية تنحصر بين خطين متوازيين، في هذه الحالة تكون السلسلة الزمنية ذات عناصر تجميعية. أما إذا لوحظ أن تلك الذبذبات فقع بين خطين منفرجين فهذا يعني أن السلسلة الزمنية ذات عناصر جدائية والشكل البياني يبين ذلك.

الشكل1-5 : الصيغة الجدائية و التجميعية للسلسلة الزمنية



المصدر:[1]Régis Bourbonnais, Michel Terraza,P20

2-3-1 اختبار Buys-Ballot: يستخدم هذا الاختبار إذا كان حجم العينة كبير نوعا ما، ويعتمد هذا الاختبار على دراسة العلاقة بين الوسط الحسابي والانحراف المعياري، و ذلك بتقدير الانحدار الآتي:[2]

$$\hat{\delta}_t = \hat{a}_1 * \bar{x}_t + \hat{a}_0 + \hat{e}_t \quad (4)$$

حيث:
δ_t:الانحراف المعياري للمفردات الشهرية لكل سنة.

[1] Régis Bourbonnais, Michel Terraza, Régis Bourbonnais, Michel Terraza M: « Analyse des séries temporelles» 4e éd P20
[2] Analyse des séries temporelles : Applications à l'économie et à l'analyse des séries temporelles Applications à l'économie et à la gestion Régis Bourbonnais Michel Terraza 3e édition.

$\bar{x}_t$:الوسط الحسابي للمفردات الشهرية لكل سنة.

$\hat{a}_0 . \hat{a}_1$:معلمتان يتم تقديرهما بواسطة طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية(MCO).

5 $$, \hat{a}_0 = \bar{\delta} - \hat{a}_1 * \bar{\bar{x}} \hat{a}_1 = \frac{\sum_1^n (\delta_t - \bar{\delta}) * (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})}{\sum_1^n (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})^2}$$

و باختبار معنوية المعلمة $\hat{a}_1$ باستخدام اختبار ستودنت $(Student)$ فاذا تبين أنها تختلف جوهريا عن الصفر،فشكل السلسلة الزمنية هو الصيغة الجدائية،أما اذا كانت المعلمة $\hat{a}_1$ لا تختلف جوهريا عن الصفر ،فان شكل السلسلة الزمنية هو الصيغة التجميعية.

6 $$t_{cal} = \frac{|\hat{a}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}},\ \hat{\sigma}^2_{\hat{a}_1} = \frac{\sigma^2_\varepsilon}{\sum_1^n (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})^2}\ , \sigma^2_\varepsilon = \frac{\sum_1^n \hat{e}_t^2}{n-2}\ , \hat{e}_t = \delta_t - \hat{\delta}_t$$

مثال 1:

افترض أن الجدول 1 يعرض بيانات مبيعات فصلية تغطي فترة ثلاث سنوات متتالية. استناداً إلى هذه البيانات:

المطلوب منك هو:

تحليل نمط السلسلة الزمنية للمبيعات وتصنيفها ضمن إحدى الفئات التالية:

- نموذج جدائي(Multiplicative Model)
- نموذج تجميعي(Additive Model)
- نموذج مختلط (Mixed Model)

التاريخ	السنة 1	السنة 2	السنة 3
الفصل 1	1348	991	1238
الفصل 2	1492	1165	1556
الفصل 3	1157	1218	1324
الفصل 4	3259	3034	3190

الحل:

لمعرفة شكل السلسلة الزمنية للبيانات الشهرية نقدر النموذج التالي:

$$\hat{\delta}_t = \hat{a}_1 * \bar{x}_t + \hat{a}_0$$

مع:

$$\hat{a}_1 = \frac{(\delta_t - \bar{\delta}_t) * (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)}{(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)\text{^}2}, \quad \hat{a}_0 = \bar{\delta} - \hat{a}_1 * \bar{\bar{x}}$$

	1	2	3
δ_t	973,05	959,5780	918,5387
$\bar{x_t}$	1814	1602	1827

δ_t	$\bar{x}_t$	$\delta_t - \bar{\delta}_t$	$\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t$	$(\delta_t - \bar{\delta}_t) * (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)$	$(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)^2$
973,06	**1814**	**22,67**	**66,33**	**1503,70**	**4399,67**
959,58	**1602**	**9,19**	**-145,67**	**-1338,71**	**21219,75**
918,54	**1827**	**-31,85**	**79,33**	**-2526,66**	**6293,25**
$\bar{\delta}_t$**=950,39**	$\bar{\bar{x}}_t$**=1747,66**			$\sum = -$ **2361, 67**	$\Sigma =$**31912,67**

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum(\delta_t - \bar{\delta}_t) * (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)}{\sum(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)\text{^}2} = \frac{-2361,75}{31912,66} = -0,074$$

$$\hat{a}_0 = \bar{\delta} - \hat{a}_1 * \bar{\bar{x}} = 950,39 - (-0,074) * 1747,66 = 1079,72$$

$$\hat{\delta}_t = -0,074 * \bar{x}_t + 1079,72$$

$\hat{\delta}_t$	$e_t^2 = (\delta_t - \hat{\delta}_t)^2$
945,484	760,215775
961,172	2,54073315
944,522	675,132164
	$\sum e_t^2 =$1437,89

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum e_t^2}{n-2} = 1437,89$$

$$\sigma_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)^2} = \frac{1437,89}{31912,66} = 0,045$$

$$\sigma_{\hat{a}_1} = 0,2121$$

$$t^* = \frac{|\hat{a}_1|}{\sigma_a} = \frac{|-0,074|}{0,2121} = 0,35$$

قراءة t ستودنت من الجدول

$$t_1^{0.05} = 12,706$$

اتخاذ القرار:

بما أنّ $t^* = 0,35$ ستودنت الحسابية أقل من $t_1^{0.05} = 12,706$

فإنّ شكل السلسلة الزمنية تجميعي.

4-1 الكشف عن الاتجاه العام والمركبة الموسمية

يوجد الكثير من الاختبارات التي يتم من خلالها الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية الاتجاه والموسمية) ويعتبر اختبار فيشر لتحليل التباين أحد الاختبارات الإحصائية من أهمها وأكثرها استخدما في الكشف عن المركبتين الموسمية، و الاتجاه العام و هذا الاختبار يكشف عن وجود التغيرات الموسمية الى جانب مركبة الاتجاه العام و بالتالي تحسين تفسير تغيرات السلسلة الزمنية الخام، و لمعرفة ذلك يجب أن نتبع المراحل التالية:

- المرحلة الأولى: التمثيل البياني للسلسة الزمنية وإنشاء جدول Buys-Ballot:
ويحتوي هذا الجدول على بيانات السلسلة الزمنية المحققة خلال عدة سنوات، ومتوسطها وانحرافها المعياري لكل سنة من جهة، ومن جهة أخرى على متوسطها وانحرافها المعياري لكل فصل إذا كانت البيانات فصلية، أو متوسطها وانحرافها المعياري لكل شهر إذا كانت البيانات شهرية، وأخيرا يحتوي على المتوسط العام وانحراف المعياري العام.

- المرحلة الثانية: تحليل التباين واختبار فيشر (Fisher) :[1]

ليكن لدينا:

n : عدد المشاهدات.

P : عدد الملاحظات في السنة ($P=4$ إذا كانت البيانات فصلية، $P=12$ إذا كانت البيانات شهرية ... الخ).

x_{ij}: قيم السلسلة الزمنية من أجل $i = 1,2,3, \dots n$

و $j = 1,2,3, \dots p$.

N: عدد السنوات. $x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$

لنفرض أن السلسلة الزمنية تأخذ الصيغة التالية:

$$x_{ij} = m_{ij} + e_{ij} \quad (7)$$

حيث أن:

e_{ij}: الخطأ العشوائي مع العلم أن: $e_{ij} \to N(0, \sigma^2)$ (8)

m_{ij}: العناصر المكونة للسلسلة الزمنية.

والتباين الكلي يأخذ الصيغة التالية:

$$S_t = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} \left(x_{ij} - x_{..}\right)^2 \quad (9)$$

مع

$$x_{..} = \frac{1}{n*p} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} x_{ij} \quad (10)$$

حيث أن: S_t

S_t: مجموع التباين الكلي مربع.

$x_{..}$: المتوسط العام للسلسلة الزمنية.

متوسط السنة i :

[1] Régis Bourbonnais et Michel Terraza « op-cité » p11

11 $$x_{i.} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} x_{ij}$$

متوسط الفترة j :

12 $$x_{.j} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$$

$$S_T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}\left[(x_{i.} - x_{..}) + (x_{.j} - x_{..}) + (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})\right]^2$$

13 $$S_T = P\sum_{j}^{P}(x_{i.} - x_{..})^2 + N\sum_{i}^{N}(x_{.j} - x_{..})^2 + \sum_{i}^{N}\sum_{j}^{P}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} - x_{..})^2$$

14 $$S_T = S_A + S_P + S_R$$

الجدول 1-1: تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية:

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع الفروق
الفترة	$v_P = \frac{S_P}{P-1}$	$P-1$	$S_P = N\sum_{j=1}^{P}(x_{.j} - x_{..})^2$
السنة	$v_A = \frac{S_A}{N-1}$	$N-1$	$S_A = p\sum_{i=1}^{N}(x_{i.} - x_{..})^2$
البواقي	$v_R = \frac{S_R}{(P-1)(N-1)}$	$(P-1)(N-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(x_{ij} - x_{i.} - x_{j} + x_{..})^2$
المجموع	$v_T = \frac{S_T}{N.P-1}$	$N.P-1$	S_T

Source: Régis Bourbonnais et Michel Terraza « op-cité » p13

أ- اختبار تأثير الاتجاه العام:

لتكن الفرضيتين التاليتين:

H_0 : لا يوجد اتجاه عام.H_1

H_1: يوجد اتجاه عام.

ومن الجدول 1 لتحليل التباين يتم حساب معلمة Fisher التجريبية بالعلاقة التاليةF'_{CAL} $F'_{CAL} = \frac{v_A}{v_R}$ 15

ومقارنته مع F'_{TAB} الجدولية عند درجة المعنوية التي تعطى بالشكل التالي:

16 $$F'^{\alpha}_{v_3.v_2} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = N-1 \\ v_2 = (N-1)(p-1) \end{cases}$$

α: مستوى المعنوية.

إذا كان $F'_{TAB} < F'_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0 وبالتالي القرار يكون كالتالي: السلسلة الزمنية تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

ب- اختبار الكشف عن تأثير التغيرات الموسمية:

H_0: لا يوجد تغيرات موسمية.

H_1: يوجد تغيرات موسمية.

ومن الجدول 1 لتحليل التباين يتم حساب معلمة Fisher التجريبية بالعلاقة التالية:

17 $$\mathrm{F_{CAL}} = \frac{v_{\mathrm{p}}}{v_{\mathrm{R}}}$$

ومقارنته مع F_{TAB} الجدولية. درجة المعنوية تعطى بالشكل التالي:

18 $$F^{\alpha}_{v_3.v_2} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = p-1 \\ v_2 = (N-1)(p-1) \end{cases}$$

α: مستوى المعنوية.

إذا كان $F_{TAB} < F_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0 وبالتالي القرار يكون كالتالي: السلسلة الزمنية تتأثر بالتغيرات الموسمية. (Bourbonnais & Terraza, 2016)

مثال2:

بالاعتماد على البيانات الفصلية للمبيعات على مدى ثلاث سنوات المقدمة في جدول المثال 1، يُطلب منك إجراء التحليل التالي:

1.اختبار وجود النمط الموسمي:

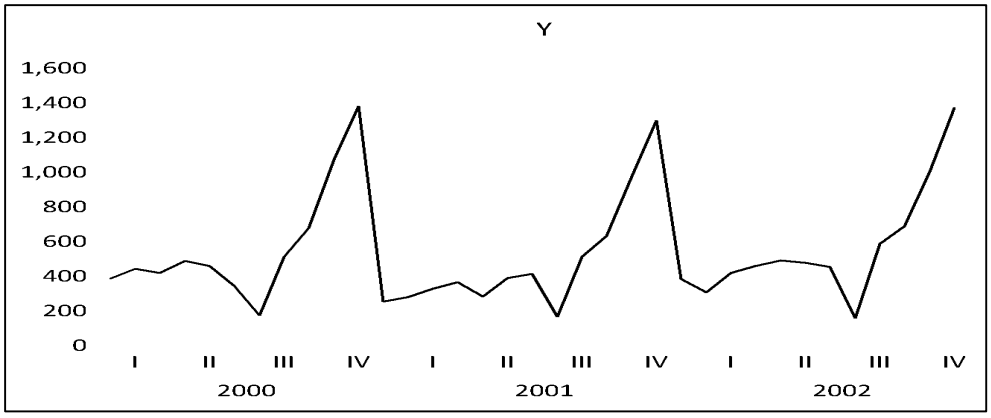
قم بتطبيق طريقة إحصائية مناسبة للكشف عن وجود تغيرات موسمية في بيانات المبيعات. حدد ما إذا كانت هناك أنماط متكررة ترتبط بفصول أو أوقات معينة من السنة.

2.اختبار وجود الاتجاه العام:

استخدم أسلوباً تحليلياً للتحقق من وجود اتجاه عام صاعد أو هابط في البيانات على مدار الفترة الزمنية المدروسة.

يشير الشكل 1-6 للمبيعات ربع السنوية لمنتج احتفالي إلى موسمية ملحوظة في الربع الرابع، وهو ما يمكننا تأكيده باستخدام جدول Buys-Ballot.

الشكل رقم (1-6): التمثيل البياني للسلسلة الزمنية



جدول1-2: مثال على إنشاء جدولBuys-Ballot للمبيعات ربع السنوية

التاريخ	السنة 1	السنة 2	السنة 3	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الفصل 1	1348	991	1238	1192,33	182,83
الفصل 2	1492	1165	1556	1404,33	209,72
الفصل 3	1157	1218	1324	1233,00	84,50
الفصل 4	3259	3034	3190	3161,00	115,27
الوسط الحسابي	1814,00	1602,00	1827,00	الوسط الحسابي الكلي	الانحراف المعياري الكلي
الانحراف المعياري	973,06	959,58	918,54	1747,67	866,64

الحل:

نجد النتائج التالية:p=4, n=3

$$x_{..} = \frac{1}{n * p} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} x_{ij}$$

$$x_{..} = 1747,67$$

X.j	Xi.
1192,33	1814
1404,33	1602
1233	1827
3161	

$$S_T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} (x_{ij} - x_{..})^2 = 8261674,67$$

$$S_A = p\sum_{j}^{p}(x_{i.} - x_{..})^2 = 127650{,}67$$

$$S_P = n\sum_{j}^{n}\left(x_{.j} - x_{..}\right)^2 = 8065997$$

$$S_R = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2 = 68027$$

أ-اختبار الموسمية:

$$F_c = \frac{\frac{S_p}{3}}{\frac{S_R}{6}} = 237{,}14$$

نقارنها بـ $F_{3;6}^{0,05} = 4{,}76$ احصائية فيشر الحسابية أكبر من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية تحتوي على موسمية.

ب-اختبار الاتجاه:

$$F_c = \frac{\frac{S_A}{2}}{\frac{S_R}{6}} = 5{,}63$$

نقارنها بـ$F_{2;6}^{0,05} = 5{,}14$ احصائية فيشر الحسابية أكبر من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية تحتوي على اتجاه.

5-1 تفكيك السلسلة الزمنية:

يقصد بتفكيك (تحليل)السلسلة الزمنية عزل التغيرات الاتجاهية، الموسمية، الدورية والعشوائية وذلك بغرض معرفة تأثير كل منها على الظاهرة المدروسة من أجل القيام بالتنبؤ والفرضية الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية هو أن العوامل التي تؤثر على سير الظاهرة في الماضي والحاضر سوف يستمر تأثيرها في المستقبل بنفس النمط.
يتم أولا عزل مركبة الاتجاه العام باستخدام أحد الطرق الشهيرة والأكثر استعمالا كما يلي:

أ-متوسط المتحركات:(Moving Averages) يمكن استخدام متوسط المتحركات (مثل المتوسط البسيط أو المتوسط المرجح) لتمهيد البيانات وإزالة الاتجاه العام. يتم ذلك عن طريق حساب المتوسط لنقاط البيانات على مراحل زمنية معينة.

ب-نماذج الانحدار:(Regression Models) يمكن استخدام نماذج الانحدار لتقدير الاتجاه العام واستخدام القيم المتنبئة لإزالته من السلسلة الزمنية.

ج-التفاضل:(Differencing)

يمكن حساب الفروق بين القيم المتتالية في السلسلة الزمنية. هذا يساهم في إزالة الاتجاه العام إذا كان الارتفاع أو الانخفاض يتبع نمطًا ثابتًا.

ثمّ بعد ذلك يتم عزل المركبة الموسمية بالشكل الذي لا يؤدي إلى تغير المركبات الأخرى و هذا عن طريق مبدأ الاحتفاظ بالحيز الذي ينص على أنّه يجب أن يكون المتوسط الحسابي للسلسلة الخام يساوي المتوسط الحسابي بعد تصحيح المركبة الموسمية (CVS) لأنّه في الواقع تحليل الموسمية يكون بهدف اعادة تقسيم سنوي للسلسلة الزمنية الخام بدون أن يتغير مستواها المتوسط.

1-5-1 في حالة السلسلة الزمنية التجميعية:

تتم عملية نزع المركبة الموسمية حسب شكل السلسلة الزمنية ففي حالة السلسلة التجميعية يتم عزل المركبة الموسمية باستعمال نموذج الانحدار الخطي او المتوسطات المتحركة وفق المراحل الأتية:

-تقدير نموذج الاتجاه العام

-حساب الفرق(البواقي) بين السلسلة الفعلية ومركبة الاتجاه العام(المقدَّرة)

-حساب المعاملات الموسميةS^P عن طريق جمع الفروق المتعلقة بنفس الشهر والفصل وحساب متوسطها الحسابي.

إذا كانت عدد السنوات 4 فيتم حسابها كم يلي: [21]

$$S_1^P = \frac{(\hat{e}_{j1} + \hat{e}_{j2} + \hat{e}_{j3} + \hat{e}_{j4})}{4} \quad (20)$$

حيث: $\hat{e}_{j1}$ الباقي المتعلق بالشهر أو الموسم في السنة الأولى و بنفس الطريقة يتم حساب المعاملات الموسمية الأخرى.

-حساب تعديل او تسوية المعاملات الموسمية المتحصل عليها وفقا لمبدأ الاحتفاظ بالحيز، ووفقا لهذا المبدأ يجب أن يكون مجموع المعاملات الموسمية يساوي صفر.

فإذا كان:

$$S = S_1^P + S_2^P + \cdots + S_{12}^P \quad (2)$$

---

[1]

[2] Régis Bourbonnais, Jean-Claude Usunier : »Prévision des ventes ; Théorie et pratique, 3e édition, Economica 2001

21 $$S_1 = S_1^P - \frac{S}{12}\ ,\ S_2 = S_2^P - \frac{S}{12}, \dots$$

-حساب السلسلة CVS وهي سلسلة خالية من المركبة الموسمية عن طريق حساب الفرق بين السلسلة الزمنية الخام والمعامل الموسمي لكل شهر أو فصل.

يمكن التأكد من أنّ السلسلة CVS خالية من الاتجاه والموسمية باستخدام الاختبار الاحصائي لفيشر (F) كالأتي:

22 $$F_c = \frac{\frac{(U^* - U^{**})}{K}}{\frac{U^{**}}{n-2-K}}$$

حيث:

23 $$U^* = \sum_1^n (y_t - T_t)^2$$

24 $$U^{**} = \sum_1^n (y_t - (T_t * S_t))^2$$

U^* : مجموع مربعات الفروق بين القيمة الحقيقية للظاهرة ونموذج التقدير للاتجاه العام.

U^{**} : مجموع مربعات الفروق بين القيمة الحقيقية للظاهرة ونموذج التنبؤ الذي يحتوي على الاتجاه العام والموسمية.

K: عدد المعاملات الموسمية حسب مبدأ الحفاظ بالحيز.

ثم نحدد احصائية فيشر الجدولية عند مستوى معنوية α ودرجة حرية $v_1 = K$ و $v_2 = n - 2 - K$

فإذا كانت $F_C < F_T$ فهذا يعني أن السلسلة الزمنية خالية من التغيرات الموسمية.

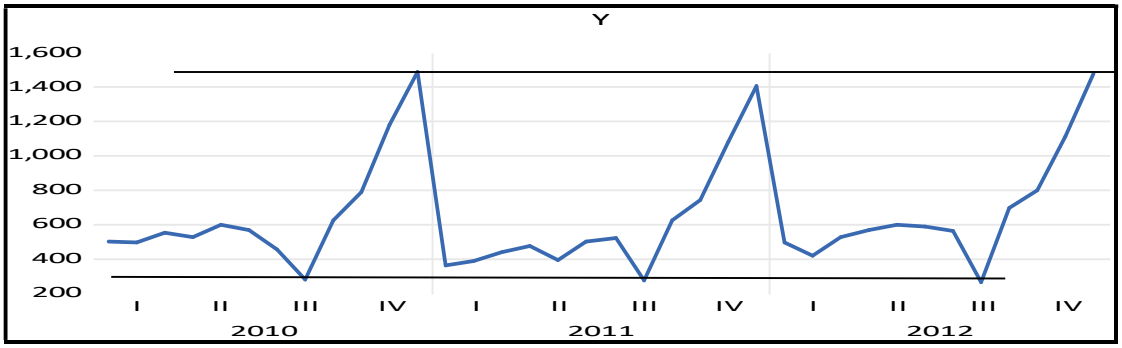
مثال: لدينا بيانات شهرية من مبيعات منتج احتفالي.

المطلوب: تحليل الموسمية لهذه السلسلة الزمنية.

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
2010	501.6	495.7	551	527.6	596.8	567.7	452.3	282.1	622.2	787.2	1180.3	1491.6
2011	363.9	389.9	437	474	392.7	498.6	521.7	273.8	622.1	742.4	1084.2	1407.6
2012	493.4	416.2	528.6	567.6	601	587.4	563.3	265.9	695.1	798.1	1112.1	1480

أولا نقوم بتحديد صيغة السلسلة الزمنية إن كانت تجميعية أو جدائية.

الشكل رقم (1-7): مبيعات منتج احتفالي من 2010 إلى 2012



من خلال الرسم البياني لسلسلة المبيعات للمنتج الاحتفالي يتبيّن لنا أنّ السلسلة ذات شكل تجميعي (الحدود العظمى والصغرى يقعان بين خطين متوازيين).

ثانيا: نحدد مركبة الاتجاه العام باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة من الدرجة 12 ويتم حسابه كما يلي:

$$MM_{t12} = \frac{(0{,}5y_1 + y_2 + \cdots + 0{,}5y_{13})}{12}$$

جدول 1-3: المتوسطات المتحركة من الرتبة 12

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
2010							665,8	655,46	646,3	639,32	628,58	617,20
2011	617,21	619,75	619,40	617,53	611,66	604,16	606,05	612,55	617,46	625,18	637,75	650,13
2012	655,57	656,97	659,68	665,05	668,53	672,71						

بعد تقدير الاتجاه العام بواسطة المتوسطات المتحركة نحدد البواقي بحساب الفرق بين السلسلة الخام والاتجاه العام والنتائج مسجلة في الجدول.

جدول 1-4: الفرق بين السلسلة الخام ومركبة الاتجاه العام

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
2010							-230,3	-373,4	-24,1	147,88	551,72	874,4
2011	-253,3	-229,8	-182,4	-143,5	-218,4	-105,5	-84,35	-338,7	4,64	-117,2	446,45	757,27
2012	-162,4	-240,7	-131,08	-97,45	-67,53	-85,31						

في هذه المرحلة نحسب المعاملات الموسمية (S_i^P) حيث بالنسبة للشهر الأول:

$$S_1^P = \frac{(\hat{e}_{J1} + \hat{e}_{J2})}{2} = -207{,}74$$

ويتم تحديد باقي المعاملات الموسمية بنفس الطريقة ونتحصل على النتائج الموضحة في الجدول (1-5).

جدول1-5: المعاملات الموسمية (S_i^P)

جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
-207,74	-235,31	-156,74	-120,49	-143,25	-95,43	-148,8	-356,05	-9,73	132,55	499,08	815,94

يتم حساب مجموع المعاملات الموسمية

$$S = S_1^P + S_2^P + \cdots S_{12}^P = -26$$

حساب المعاملات الموسمية المصححة لـ12 شهرا:

$$S_1 = S_1^P - \frac{S}{12} = -205{,}6$$

جدول1-6: المعاملات الموسمية بعد التعديل

جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
-205,6	-233,2	-154,6	-118,3	-141,1	-93,3	-146,7	-353,9	-7,56	134,72	501,25	818,1

أخيرا نحصل على السلسلة الزمنية الخالية من الاتجاه والموسمية (CVS) كم هو مبين في الجدول بعد طرح المعاملات الموسمية المصححة.

جدول1-7: السلسلة الزمنية (CVS)

جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
707,17	728,85	705,58	645,92	737,88	660,97	455,17	432,82	600,50	706,05	933,03	1088,4
569,47	623,05	591,58	592,32	533,78	591,87	668,36	627,69	629,66	607,68	582,95	589,50
698,97	649,35	683,18	685,92	742,08	680,67	709,96	619,79	702,66	663,38	610,85	661,90

1-5-2 في حالة السلسلة الزمنية ذات الشكل الجدائي:

عندما يكون شكل السلسلة جدائي يتم نزع الموسمية وفق المراحل التالية:

يتم تحديد مركبات الاتجاه العام باستعمال طريقة الانحدار البسيط أو المتوسطات المتحركة فنتحصل على $\hat{T}_t$، ثمّ نحسب S_t^P بالعلاقة التالية:

$$S_t^P = \frac{Y_t}{\hat{T}_t}$$

في هذه المرحلة نعدّل المعاملات بمبدأ الاحتفاظ بالحيز من خلال توحيد المعاملات بحيث يكون متوسطها لسنة معينة يساوي 1 ويتم حساب المجموع S إذا كانت البيانات شهرية كالأتي:

$$S = S_1^P + S_2^P + \cdots + S_{12}^P$$

$$S_t = S_t^P * \frac{12}{S}$$

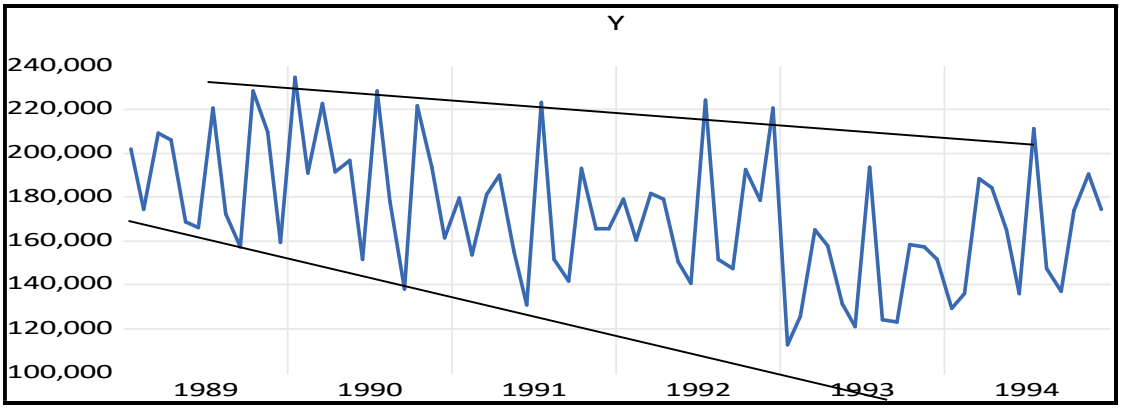
في الأخير نحسب CVS عن طريق قسمة المشاهدات الفعلية على المعاملات الموسمية.

تمرين: ليكن لدينا بيانات شهرية لمبيعات السيارات كما يلي:

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
1989	201914	174615	209100	206117	168910	166146	220553	172228	157306	228476	209686	159256
1990	234571	191225	222418	191541	196828	151378	228317	178136	138220	221772	193530	161194
1991	179464	153801	181281	189924	155031	131019	223071	151677	141960	193187	165398	165461
1992	178836	160337	181760	179264	150350	140561	224147	151789	147204	192756	178299	220397
1993	112659	125634	165040	157739	131237	121171	193383	124170	123147	158521	157063	151458
1994	129170	135855	188301	184343	164836	135987	211104	147451	137127	173721	190458	174566

من خلال التمثيل البياني لسلسلة المبيعات للمنتج الاحتفالي يتبيّن لنا أنّ السلسلة ذات شكل جدائي (الحدود العظمى والصغرى يقعان بين خطين غير متوازيين).

الشكل (1-8): التمثيل البياني للمبيعات الشهرية من 1989-1994



نحدد الأن مركبة الاتجاه العام باستعمال طريقة الانحدار البسيط كالتالي:

تقدير الاتجاه بطريقة الانحدار البسيط:

$$\hat{T}_t = \hat{a} * t + \hat{b}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_1^n (y_t - \bar{y}) * (t_t - \bar{t})}{\sum_1^n (t_t - \bar{t})^2} = -608{,}9178$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a} * \bar{t} = 194040{,}9$$

$$\hat{T}_t = -608{,}9178 * t + 194040{,}9$$

$$t_C = 3{,}82 > t_{tab} = 1{,}96$$

السلسلة تحتوي على اتجاه عام، وبالتالي نقوم بتقدير الاتجاه العام $\hat{T}_t$ كما هو مسجل في الجدول:

الجدول 1-8: تقدير الاتجاه العام

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان
1989	**194040,9**	**193431,98**	**192823,06**	**192214,14**	**191605,22**	**190996,3**
1990	**186733,86**	**186124,94**	**185516,02**	**184907,1**	**184298,18**	**183689,26**
1991	**179426,82**	**178817,9**	**178208,98**	**177600,06**	**176991,14**	**176382,22**
1992	**172119,78**	**171510,86**	**170901,94**	**170293,02**	**169684,1**	**169075,18**
1993	**164812,74**	**164203,82**	**163594,9**	**162985,98**	**162377,06**	**161768,14**
1994	**157505,7**	**156896,78**	**156287,86**	**155678,94**	**155070,02**	**154461,1**

	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
1989	**190387,38**	**189778,46**	**189169,54**	**188560,62**	**187951,7**	**187342,78**
1990	**183080,34**	**182471,42**	**181862,5**	**181253,58**	**180644,66**	**180035,74**
1991	**175773,3**	**175164,38**	**174555,46**	**173946,54**	**173337,62**	**172728,7**
1992	**168466,26**	**167857,34**	**167248,42**	**166639,5**	**166030,58**	**165421,66**
1993	**161159,22**	**160550,3**	**159941,38**	**159332,46**	**158723,54**	**158114,62**
1994	**153852,18**	**153243,26**	**152634,34**	**152025,42**	**151416,5**	**150807,58**

عزل الاتجاه العام بقسمة السلسلة الزمنية الخام على مركبة الاتجاه والنتائج مسجلة في الجدول.

الجدول1-9: المعاملات الموسمية المؤقتة (غير معدلة)

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	S
1989	**1,04**	**0,90**	**1,08**	**1,07**	**0,88**	**0,87**	**1,16**	**0,91**	**0,83**	**1,21**	**1,12**	**0,85**	**11,93**
1990	**1,26**	**1,03**	**1,20**	**1,04**	**1,07**	**0,82**	**1,25**	**0,98**	**0,76**	**1,22**	**1,07**	**0,90**	**12,58**
1991	**1,00**	**0,86**	**1,02**	**1,07**	**0,88**	**0,74**	**1,27**	**0,87**	**0,81**	**1,11**	**0,95**	**0,96**	**10,58**
1992	**1,04**	**0,93**	**1,06**	**1,05**	**0,89**	**0,83**	**1,33**	**0,90**	**0,88**	**1,16**	**1,07**	**1,33**	**12,48**
1993	**0,68**	**0,77**	**1,01**	**0,97**	**0,81**	**0,75**	**1,20**	**0,77**	**0,77**	**0,99**	**0,99**	**0,96**	**10,67**
1994	**0,82**	**0,87**	**1,20**	**1,18**	**1,06**	**0,88**	**1,37**	**0,96**	**0,90**	**1,14**	**1,26**	**1,16**	**12,81**

ثم نقوم بتعديل المعاملات حسب مبدأ الاحتفاظ بالحيز حيث:

$$S_t = S_t^P * \frac{12}{S}$$

الجدول1-10: المعاملات الموسمية المعدّلة

	جانفي	فبراير	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
1989	**1,05**	**0,91**	**1,09**	**1,08**	**0,89**	**0,88**	**1,17**	**0,91**	**0,84**	**1,22**	**1,12**	**0,86**
1990	**1,20**	**0,98**	**1,14**	**0,99**	**1,02**	**0,79**	**1,19**	**0,93**	**0,72**	**1,17**	**1,02**	**0,85**
1991	**1,13**	**0,98**	**1,15**	**1,21**	**0,99**	**0,84**	**1,44**	**0,98**	**0,92**	**1,26**	**1,08**	**1,09**
1992	**1,00**	**0,90**	**1,02**	**1,01**	**0,85**	**0,80**	**1,28**	**0,87**	**0,85**	**1,11**	**1,03**	**1,28**
1993	**0,77**	**0,86**	**1,13**	**1,09**	**0,91**	**0,84**	**1,35**	**0,87**	**0,87**	**1,12**	**1,11**	**1,08**
1994	**0,77**	**0,81**	**1,13**	**1,11**	**1,00**	**0,82**	**1,29**	**0,90**	**0,84**	**1,07**	**1,18**	**1,08**

الجدول1-11: السلسلة الزمنية الخالية من الاتجاه والموسمية

	1989	1990	1991	1992	1993	1994
جانفي	192851	195822	158176	179082	146522	168126
فبراير	192246	195184	157639	178448	145980	167476
مارس	191641	194545	157102	177815	145439	166826
افريل	191035	193907	156565	177181	144898	166176
ماي	190430	193268	156029	176548	144356	165526
جوان	189825	192630	155492	175914	143815	164876

جويلية	189220	191991	154955	175281	143274	164226
أوت	188615	191352	154418	174647	142732	163576
سبتمبر	188009	190714	153881	174013	142191	162926
أكتوبر	187404	190075	153345	173380	141650	162276
نوفمبر	186799	189437	152808	172746	141108	161626
ديسمبر	186194	188798	152271	172113	140567	160976

يمكن التأكّد من أنّ السلسلة الزمنية خالية من الاتجاه والموسمية باستخدام اختبار احصائية فيشر كما يلي:

$$\boldsymbol{F_c = \frac{\frac{(U^* - U^{**})}{K}}{\frac{U^{**}}{n-2-K}}, U^* = \sum_{1}^{n}(y_t - T_t)^2, U^{**} = \sum_{1}^{n}(y_t - (T_t * S_t))^2}$$

$$U^* = 55241861898,\ U^{**} = 13174730532, K = 11, n - 2 - 11 = 59,$$

$$F_c = 17{,}126$$

$$F_{11,59}^{0,05} = 1{,}96 < F_c = 17{,}126$$

إذن السلسلة الزمنية خالية من الاتجاه العام والموسمية.

خلاصة:

تحليل السلاسل الزمنية يتضمن تحديد المكونات الرئيسية لتغيرات البيانات على مر الزمن: الاتجاه، الموسمية، الدورة، والضجيج. تساعد هذه المكونات في فهم سلوك البيانات الأساسي، وتمثل رياضيًا بالصورة:$y_t = f(T_t, C_t, S_t, U_t)$ يمكن وصف هذه العلاقة بواسطة نماذج متنوعة، مثل النماذج التجميعية والجدائية.
لتحديد نوع النموذج، يمكن استخدام الأساليب الرسومية أو اختبار بايز-بالوت، بينما يساعد اختبار فيشر في تحديد الموسمية والاتجاه.
تفكيك السلاسل الزمنية يعزل هذه المكونات لأغراض التنبؤ، بناءً على فكرة أن التأثيرات السابقة ستستمر في التأثير على السلوك المستقبلي. تُستخدم طرق مثل المتوسطات المتحركة ونماذج الانحدار، حيث يتم عزل المكون الموسمي من خلال تقنيات مثل طريقة التغيرات الموسمية المصححة عن طريق احترام مبدأ الاحتفاظ بالحيز (CVS) ، يضمن اختبار فيشر أن سلسلة CVS خالية من الاتجاه والموسمية، مما يؤكد غياب التغيرات الموسمية.

سلسلة تمارين حول الفصل الأول (مفاهيم عامة عن السلاسل الزمنية)

تمرين1

أ-حدد شكل السلسلة الزمنية للمبيعات الفصلية خلال السنوات من 2000-2008

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
ف1	40	49	52	26	29	52	39	50	59
ف2	39	46	48	28	39	64	31	48	69
ف3	45	35	38	33	42	48	42	46	10
ف4	22	18	15	37	17	13	26	16	13

ب- حدد شكل السلسلة الزمنية للمبيعات الشهرية خلال السنوات من 2015-2018

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2015	72	76	56	80	69	71	57	75	95	70	65	55
2016	91	73	76	86	62	95	76	87	85	73	60	58
2017	77	67	73	77	75	85	88	76	88	75	63	50
2018	84	68	97	78	67	86	94	71	78	77	66	57

تمرين2

باستخدام اختبار *Buys-Ballot* اكشف عن وجود الاتجاه العام والموسمية في السلسلة الزمنية الموضحة في الجدولين من التمرين 1 و2.

تمرين 3

قم بتفكيك السلسلة الزمنية ونزع الاتجاه العام و الموسمية ان وجدت.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2020	501,6	495,7	551	527,6	596,8	567,7	452,3	282,1	622,2	787,2	1180,3	1491,6
2021	363,9	389,9	437	474	392,7	498,6	521,7	273,8	622,1	742,4	1084,9	1407,6
2022	493,4	416,2	528,6	567,6	601	587,4	563,3	265,9	695,1	798,1	1112,1	1480

الحل

حل التمرين1:

تحديد شكل السلسلة الزمنية للمبيعات الفصلية خلال السنوات من 2000-2008

1-تقدير نموذج الانحدار البسيط للتعبير عن الانحراف المعياري بدلالة الوسط الحسابي للسلسلة الزمنية:

$$\sigma_t = \hat{a}_1 * \bar{x}_t + \hat{b}$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_1^9 (\sigma_t - \bar{\sigma}) * (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})}{\sum_1^9 (\bar{x}_t - \bar{\bar{x}})^2}$$

أولا نحسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل سنة بالعلاقتين التاليتين على الترتيب:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{j=1}^{p=4} x_j}{p} \quad , \quad \sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{p=4} (x_j - \bar{x})^2}{p-1}}$$

النتائج موضحة في الجدول التالي:

جدول 1-16 حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل سنة

$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{p=4} (x_j - \bar{x})^2}{p-1}}$	$\bar{x}_t = \frac{\sum_{j=1}^{p=4} x_j}{p}$
10,02	36,5
14,02	37
16,58	38,25
4,97	31
11,3	31,75
21,91	44,25
7,33	34,5
16,08	40
30,61	37,75
$\bar{\sigma} = 14,76$	$\bar{\bar{x}} = 36,78$

لتقدير نموذج الانحدار البسيط للانحراف المعياري للسلسلة الزمنية بدلالة وسطها الحسابي نقوم باجراء العمليات الموضحة في الجدول 1-17:

جدول 1-17 حساب مجموع مربعات الفروق

$(\sigma_t - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_t - \overline{\overline{x}})$	$(\overline{x}_t - \overline{\overline{x}})^2$	$(\overline{x}_t - \overline{\overline{x}})$	$(\sigma_t - \overline{\sigma})$
1,3272	0,0784	-0,28	-4,74
-0,1628	0,0484	0,22	-0,74
2,6754	2,1609	1,47	1,82
56,5862	33,4084	-5,78	-9,79
17,4038	25,3009	-5,03	-3,46
53,4105	55,8009	7,47	7,15
16,9404	5,1984	-2,28	-7,43
4,2504	10,3684	3,22	1,32
15,3745	0,9409	0,97	15,85
$\sum_1^9 (\sigma_t - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_t - \overline{\overline{x}}) = 167,81$	$\sum_1^9 (\overline{x}_t - \overline{\overline{x}})^2 = 133,31$		

$$\hat{a} = \frac{\sum_1^9 (\sigma_t - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_t - \overline{\overline{x}})}{\sum_1^9 (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})^2} = \frac{167,81}{133,31} = 1,26$$

$$\hat{b} = \bar{\sigma} - \hat{a} * \bar{\bar{x}} = -31,58$$

$$\hat{\sigma}_t = 1,26\bar{x}_t - 31,58$$

جدول 1-18: حساب مجموع مربعات الأخطاء

$\hat{e}^2{}_i = (\sigma_t - \hat{\sigma}_t)^2$	$\hat{e}_t = \sigma_t - \hat{\sigma}_t$	$\hat{\sigma}_t = 1,26\bar{x}_t - 31,58$	σ_t	$\overline{x}_t$
19,23875	-4,3862	14,4062	10,02	36,5
1,031443	-1,0156	15,0356	14,02	37
0,000847	-0,0291	16,6091	16,58	38,25
6,314164	-2,5128	7,4828	4,97	31
8,254704	2,8731	8,4269	11,3	31,75
5,071054	-2,2519	24,1619	21,91	44,25
20,78083	-4,5586	11,8886	7,33	34,5
7,463824	-2,732	18,812	16,08	40
214,0457	14,6303	15,9797	30,61	37,75
$\sum_1^9 \hat{e}^2{}_i = 282,20$				

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum e_t^2}{n-2} = 40,31$$

$$\sigma_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)^2} = \frac{40{,}31}{133{,}31} = 0{,}30$$

$\sigma_{\hat{a}_1}$ =0,55

$$t^* = \frac{|\hat{a}_1|}{\sigma_a} = \frac{1{,}26}{0{,}55} = 2{,}29$$

قراءة t ستودنت من الجدول

$t_7^{0.05} = 2{,}365$

اتخاذ القرار:

بما أنّ $t^* = 2{,}29$ ستودنت الحسابية أقل من $t_7^{0.05} = 2{,}365$

فإنّ شكل السلسلة الزمنية تجميعي.

حل التمرين2:

بنفس الطريقة نحل التمرين 2 إلا هنا لدينا بيانات شهرية.

النتائج موضحة في الجدول التالي:

جدول 1-19 حساب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري لكل سنة

$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{p=12} x_j}{p}$	$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{p=12}(x_j - \bar{x})^2}{p-1}}$
70,08	11,31
76,83	12,33
74,50	10,79
76,92	11,90
$\bar{\bar{x}} = 74{,}58$	$\bar{\sigma} = 11{,}59$

لتقدير نموذج الانحدار البسيط للانحراف المعياري للسلسلة الزمنية بدلالة وسطها الحسابي نقوم باجراء العمليات الموضحة في الجدول 1-20 :

جدول 1-20 حساب مجموع مربعات الفروق

$(\sigma_i - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})$	$(\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})^2$	$(\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})$	$(\sigma_i - \overline{\sigma})$
1,26	20,22	-4,50	-0,28
1,68	5,08	2,25	0,74
0,06	0,01	-0,08	-0,80
0,74	5,46	2,34	0,31
$\sum_1^9 (\sigma_i - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}}) = 3,74$	$\sum_1^9 (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})^2 = 30,76$		

$$\hat{a} = \frac{\sum_1^9 (\sigma_i - \overline{\sigma}) * (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})}{\sum_1^9 (\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})^2} = \frac{3,74}{30,76} = 0,12$$

$$\hat{b} = \bar{\sigma} - \hat{a} * \bar{\bar{x}} = 2,64$$
$$\hat{\sigma}_i = 0,12\bar{x}_i + 2,64$$

جدول 1-21 حساب مجموع مربعات الأخطاء

$\hat{e}^2{}_i = (\sigma - \hat{\sigma})^2$	$\hat{e}_i = \sigma - \hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}_i = 0,12\bar{x}_i + 2,64$	σ	$\overline{x}_i$
0,068	0,26	11,05	11,31	70,08
0,221	0,47	11,86	12,33	76,83
0,6241	-0,79	11,58	10,79	74,50
0,0009	0,03	11,87	11,90	76,92
$\sum_1^9 \hat{e}^2{}_i = 0,914$				

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum e_t^2}{n-2} = 0,457$$

$$\sigma_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(\bar{x}_t - \bar{\bar{x}}_t)^2} = \frac{0,457}{30,76} = 0,0148$$

$\sigma_{\hat{a}_1}$ =0,12

$$t^* = \frac{|\hat{a}_1|}{\sigma_a} = \frac{0,12}{0,122} = 0,98$$

قراءة t ستودنت من الجدول

$t_2^{0.05} = 4,303$

اتخاذ القرار:

بما أنّ $t^* = 0,98$ ستودنت الحسابية أقل من $t_2^{0.05} = 4,303$

فإنّ شكل السلسلة الزمنية تجميعي.

حل التمرين3:

الكشف عن الاتجاه العام والموسمية باستخدام اختبار Buys-Ballot

جدول1-22: مثال على إنشاء جدولBuys-Ballot للمبيعات ربع السنوية

	T1	T2	T3	T4	Xi.	$\sigma_{i.}$
2000	40	39	45	22	36,5	10,02
2001	49	46	35	18	37	14,02
2002	52	48	38	15	38,25	16,58
2003	26	28	33	37	31	4,97
2004	29	39	42	17	31,75	11,30
2005	52	64	48	13	44,25	21,91
2006	39	31	42	26	34,5	7,33
2007	50	48	46	16	40	16,08
2008	59	69	10	13	37,75	30,61
X.j	44,00	45,78	37,67	19,67	X..=36,78	
$\sigma_{.j}$	11,20	13,73	11,52	7,75		

نجد النتائج التالية: p=4, n=9

$$x_{..} = \frac{1}{n * p} \sum_{i=1}^{9} \sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 36,78$$

جدول1-23: حساب متوسطات الفترة j و السنة i للمبيعات ربع السنوية

Xi.	X.j
36,5	44
37	45,78
38,25	37,67
31	19,67
31,75	
44,25	
34,5	
40	
37,75	

$$S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - x_{..})^2 = 7894{,}22$$

$$S_A = P\sum_{j}^{p}(x_{i.} - x_{..})^2 = 533{,}22$$

$$S_P = N\sum_{j}^{n}\left(x_{.j} - x_{..}\right)^2 = 3840{,}1$$

$$S_R = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2 = 3520{,}9$$

أ-اختبار الموسمية:

$$F_c = \frac{\frac{S_p}{3}}{\frac{S_R}{24}} = 8{,}7253$$

نقارنها بـ $F_{3;24}^{0,05} = 3{,}01$ احصائية فيشر الحسابية أكبر من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية تحتوي على موسمية.

ب-اختبار الاتجاه:

$$F_c = \frac{\frac{S_A}{8}}{\frac{S_R}{24}} = 0{,}4543$$

نقارنها بـ$F_{8;24}^{0,05} = 2{,}36$ احصائية فيشر الحسابية أقل من احصائية فيشر الجدولية هذا يعني أنّ السلسلة الزمنية لا تحتوي على اتجاه.

حل التمرين 3

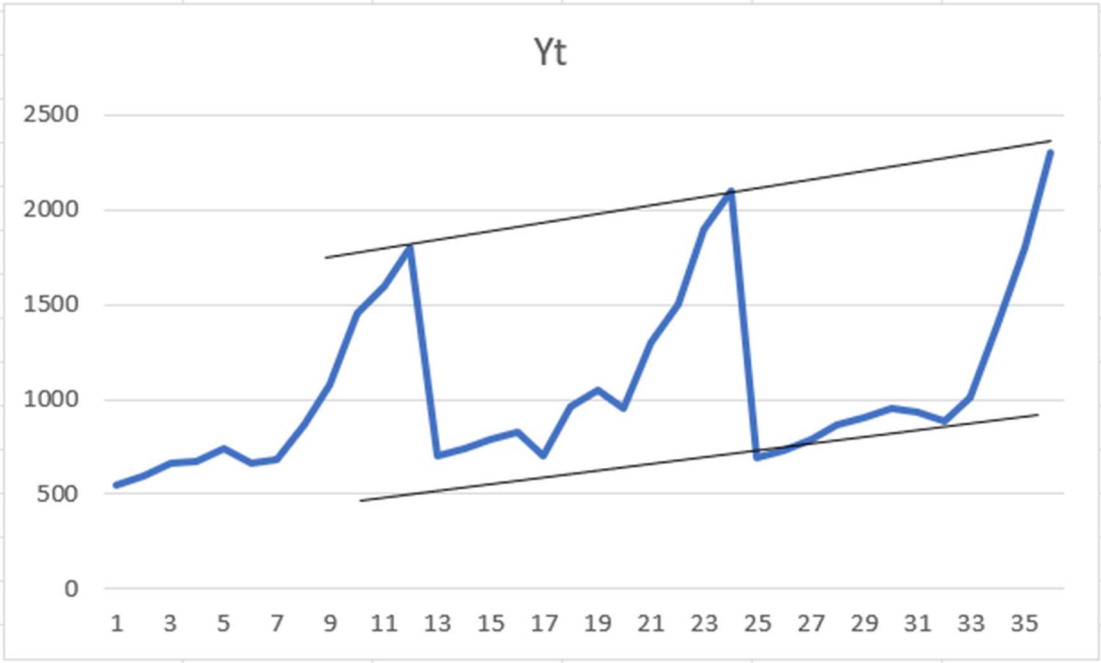
تفكيك السلسلة الزمنية ونزع الاتجاه العام والموسمية ان وجدت.

جدول 1-24: القيم الشهرية للسلسلة الزمنية من 2020-2022

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2020	550	595	662	677	740	660	680	870	1080	1450	1600	1800
2021	700	740	790	830	700	960	1050	950	1300	1500	1900	2100
2022	690	730	790	870	900	950	930	880	1010	1400	1800	2300

أولا نقوم بتحديد شكل السلسلة الزمنية.

الشكل 1-16: الرسم البياني للسلسلة الزمنية y_t



من خلال الرسم البياني لسلسلة المبيعات يتبيّن لنا أنّ السلسلة ذات شكل تجميعي (الحدود العظمى والصغرى يقعان بين خطين متوازيين).

ثانيا: نحدد مركبة الاتجاه العام باستعمال طريقة المربعات الصغرى (الانحدار البسيط)، ويتم حسابه كما يلي:

تقدير الاتجاه العام:

$$\hat{T}_t = \hat{a} * t_t + \hat{b}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y}) * (t_t - \bar{t})}{\sum (t_t - \bar{t})^2} \quad ,$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a} * \bar{t}$$

جدول 1-25: تقدير الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى (الانحدار البسيط)

$\hat{T}_t$	$(Y_t - \bar{Y}) * (t_t - \bar{t})$	$(t_t - \bar{t})^2$	$t_t - \bar{t}$	$y_t - \bar{y}$	t
738,94	8912,4	306,25	-17,50	-509,28	0,00
757,24	7660,62	272,25	-16,50	-464,28	1,00
775,55	6157,84	240,25	-15,50	-397,28	2,00
793,85	5543,06	210,25	-14,50	-382,28	3,00
812,16	4310,28	182,25	-13,50	-319,28	4,00
830,47	4991	156,25	-12,50	-399,28	5,00
848,77	4361,72	132,25	-11,50	-379,28	6,00
867,08	1987,44	110,25	-10,50	-189,28	7,00
885,38	-196,84	90,25	-9,50	20,72	8,00
903,69	-3321,12	72,25	-8,50	390,72	9,00
921,99	-4055,4	56,25	-7,50	540,72	10,00
940,30	-4814,68	42,25	-6,50	740,72	11,00
958,60	1976,04	30,25	-5,50	-359,28	12,00
976,91	1436,76	20,25	-4,50	-319,28	13,00
995,21	942,48	12,25	-3,50	-269,28	14,00
1013,52	573,2	6,25	-2,50	-229,28	15,00
1031,82	538,92	2,25	-1,50	-359,28	16,00
1050,13	49,64	0,25	-0,50	-99,28	17,00
1068,43	-4,64	0,25	0,50	-9,28	18,00
1086,74	-163,92	2,25	1,50	-109,28	19,00
1105,04	601,8	6,25	2,50	240,72	20,00
1123,35	1542,52	12,25	3,50	440,72	21,00
1141,65	3783,24	20,25	4,50	840,72	22,00
1159,96	5723,96	30,25	5,50	1040,72	23,00
1178,26	-2400,32	42,25	6,50	-369,28	24,00
1196,57	-2469,6	56,25	7,50	-329,28	25,00
1214,87	-2288,88	72,25	8,50	-269,28	26,00
1233,18	-1798,16	90,25	9,50	-189,28	27,00
1251,48	-1672,44	110,25	10,50	-159,28	28,00
1269,79	-1256,72	132,25	11,50	-109,28	29,00
1288,09	-1616	156,25	12,50	-129,28	30,00
1306,40	-2420,28	182,25	13,50	-179,28	31,00
1324,70	-714,56	210,25	14,50	-49,28	32,00
1343,01	5281,16	240,25	15,50	340,72	33,00
1361,31	12221,88	272,25	16,50	740,72	34,00
1379,62	21712,6	306,25	17,50	1240,72	35,00
	$\sum_1^{36} = 71115$	$\sum_1^{36} = 3885$		$\bar{y} = 1058,29$	$\bar{t} = 17,5$

$$\hat{a} = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y}) * (t_t - \bar{t})}{\sum (t_t - \bar{t})^2} = 18{,}31 \ ,$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a} * \bar{t} = 738{,}94$$

$$\hat{T}_t = 18{,}31 t_t + 738{,}94$$

بعد تقدير الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى نحدد البواقي بحساب الفرق بين السلسلة الخام والاتجاه العام والنتائج مسجلة في الجدول.

جدول 1-26: الفرق بين السلسلة الخام ومركبة الاتجاه العام

البيانات الشهرية	$\hat{e}_i = y_t - \hat{T}_t$
01-2020	-188,94
02-2020	-162,25
03-2020	-113,56
04-2020	-116,87
05-2020	-72,18
06-2020	-170,49
07-2020	-168,8
08-2020	2,89
09-2020	194,58
10-2020	546,27
11-2020	677,96
12-2020	859,65
01-2021	-258,66
02-2021	-236,97
03-2021	-205,28
04-2021	-183,59
05-2021	-331,9
06-2021	-90,21
07-2021	-18,52
08-2021	-136,83
09-2021	194,86
10-2021	376,55
11-2021	758,24

12-2021	939,93
01-2022	-488,38
02-2022	-466,69
03-2022	-425
04-2022	-363,31
05-2022	-351,62
06-2022	-319,93
07-2022	-358,24
08-2022	-426,55
09-2022	-314,86
10-2022	56,83
11-2022	438,52
12-2022	920,21

في هذه المرحلة نحسب المعاملات الموسمية (S_i^P) حيث بالنسبة للشهر الأول:

$$S_1^P = \frac{(\hat{e}_{J1} + \hat{e}_{J2} + \hat{e}_{J3})}{3} = -311,99$$

ويتم تحديد باقي المعاملات الموسمية بنفس الطريقة ونتحصل على النتائج الموضحة في الجدول.

جدول1-27: المعاملات الموسمية (S_i^P)

الأشهر	S_i^P
01	-311,99
02	-288,64
03	-247,95
04	-221,26
05	-251,90
06	-193,54
07	-181,85
08	-186,83
09	24,86
10	326,55
11	624,91
12	906,60

يتم حساب مجموع المعاملات الموسمية

$$S = S_1^P + S_2^P + \cdots S_{12}^P = -1{,}05$$

حساب المعاملات الموسمية المصححة لـ12 شهرا:

$$S_1 = S_1^P - \frac{S}{12} = -311{,}91$$

جدول1-28: المعاملات الموسمية بعد التعديل

الأشهر	S_j
01	-311,91
02	-288,55
03	-247,86
04	-221,17
05	-251,81
06	-193,46
07	-181,77
08	-186,74
09	24,95
10	326,64
11	624,99
12	906,68

أخيرا نحصل على السلسلة الزمنية الخالية من الاتجاه والموسمية (CVS) كم هو مبين في الجدول بعد طرح المعاملات الموسمية المصححة.

جدول1-28: السلسلة الزمنية (CVS)

البيانات الشهرية	**CVS**
01-2020	861,91
02-2020	883,55
03-2020	909,86
04-2020	898,17
05-2020	991,81
06-2020	853,46
07-2020	861,77
08-2020	1056,74
09-2020	1055,05
10-2020	1123,36
11-2020	975,01

12-2020	893,32
01-2021	1011,91
02-2021	1028,55
03-2021	1037,86
04-2021	1051,17
05-2021	951,81
06-2021	1153,46
07-2021	1231,77
08-2021	1136,74
09-2021	1275,05
10-2021	1173,36
11-2021	1275,01
12-2021	1193,32
01-2022	1001,91
02-2022	1018,55
03-2022	1037,86
04-2022	1091,17
05-2022	1151,81
06-2022	1143,46
07-2022	1111,77
08-2022	1066,74
09-2022	985,05
10-2022	1073,36
11-2022	1175,01
12-2022	1393,32