Introduction

Statique des fluides étudie les conditions d'équilibre du fluide au repos, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas d'écoulement. En abordant l'étude de la répartition de la pression, notamment en fonction de la profondeur, ainsi que des forces pressantes qui en résultent, cette partie donne les fondements nécessaires à l'étude des barrages [étude la stabilité des barrages]

I Notion de Pression

La pression est définie comme la force exercée par un fluide par unité de surface:

$P = F/S$

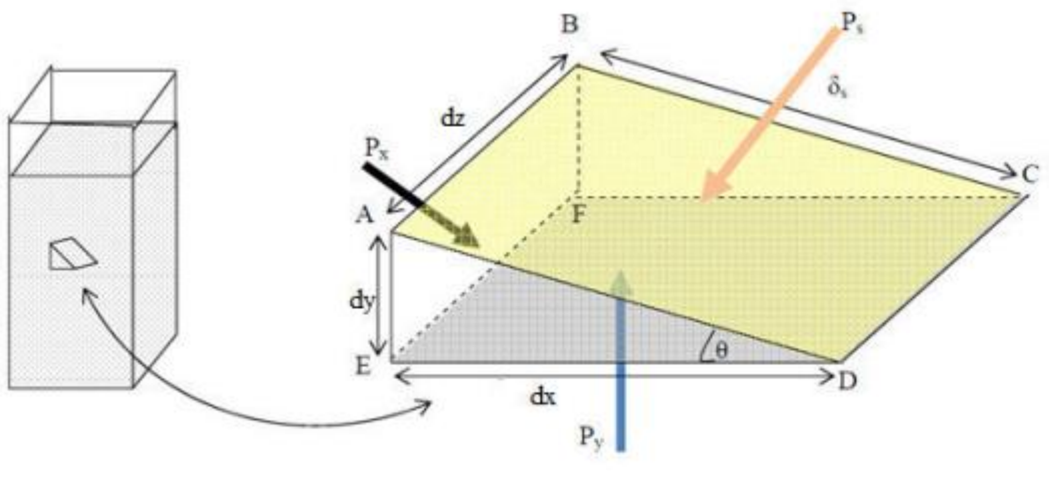
Dans le système international les pressions sont évaluées en N/m2 ou Pascal (Pa). Il existe cependant de nombreuses autres unités de mesure de la pression :

•Le bar : 1 bar=100 000 Pa ;

• L'atmosphère normale (symbole atm) : 1 atm=101 325 Pa ;

• Le mètre de colonne d'eau (MCE) :1 MCE=9810 Pa

• Le millimètre de mercure (mmHg) : 1 mmHg= 133 Pa Dans un fluide en équilibre la pression est indépendante de la direction, pour montrer cela, on prend un élément du liquide à une profondeur quelconque d'un réservoir plein de liquide ouvert à l'atmosphère.



Pression en un point d'un liquide en équilibre

Considérons un élément d'un fluide ABCDEF (prisme triangulaire) et soient Px , Py et Ps les pressions dans les 3 directions x , y et s .

Etablissons la relation entre Px , Py et Ps :

Selon la direction x :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_x dydz - P_s ds\, dz \sin\theta = P_x dydz - P_s ds\, dz \frac{dy}{ds} = 0$$

Alors : $\mathbf{P_x = P_s}$

Selon la direction y :

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P_y dxdz - P_s ds\, dz \cos\theta = P_y dxdz - P_s ds\, dz \frac{dx}{ds} = 0$$

Alors : $\mathbf{P_x = P_s}$

Selon la direction y :

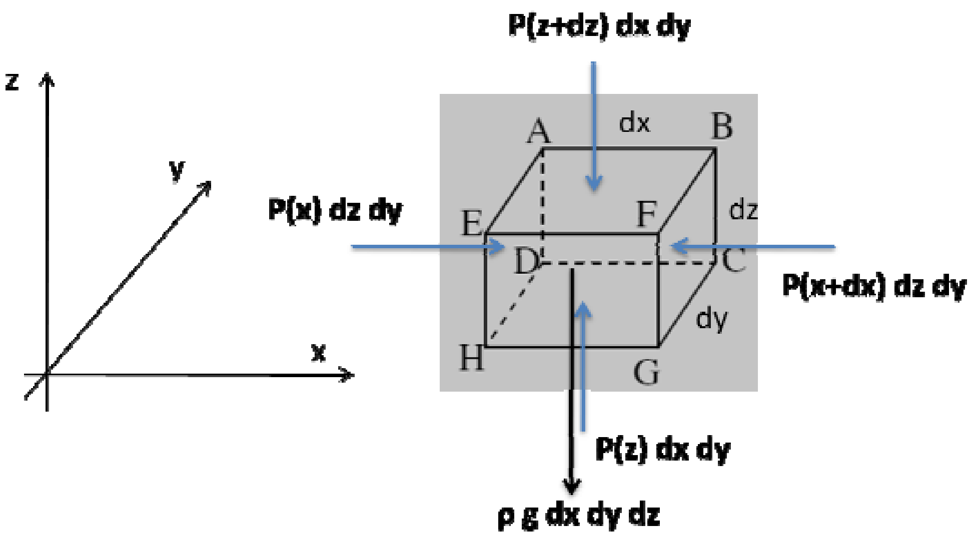
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P_y dxdz - P_s ds\, dz \cos\theta = P_y dxdz - P_s ds\, dz \frac{dx}{ds} = 0$$

Alors $\mathbf{P_y = P_s}$ et finalement : $\mathbf{P_x = P_y = P_s}$

Enoncée de la loi de pascal :

La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions

II Equation fondamentale de l'hydrostatique :



La condition d'équilibre suivant Oz s'écrit :

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow P(z)dxdy - P(z+dz)dxdy - \rho g\, dxdydz = 0$$

Alors,

$$P(z+dz)dxdy - P(z)dxdy = -\rho g\, dxdydz$$

Dévisée par dx dy dz on obtient:

$$\frac{P(z+dz)-P(z)}{dz} = -\rho g$$

Pour dz $\rightarrow$ 0

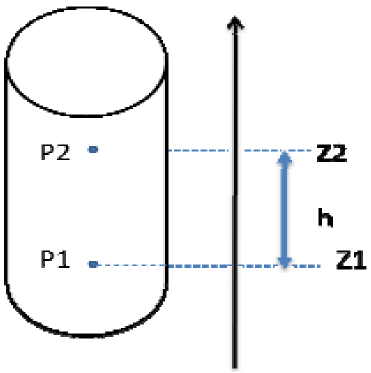
$$\frac{dP}{dz} = \lim_{dz \to 0} \frac{P(z+dz)-P(z)}{dz} = -\rho g$$

Finalement

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

L'équation précédente est souvent appelée équation fondamentale de l'hydrostatique.

Pour un fluide incompressible (masse volumique ρ constante), l'intégration de l'équation précédente entreZ_1 et Z_2 s'écrit:



$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{Z_1}^{Z_2} -\rho g \, dz$$

Nous trouvons:

$$P_2 - P_1 = -\rho g \, (Z_2 - Z_1)$$

Soit,

$$P_1 = P_2 + \rho g \, (Z_2 - Z_1) = P_2 + \rho g \, h$$